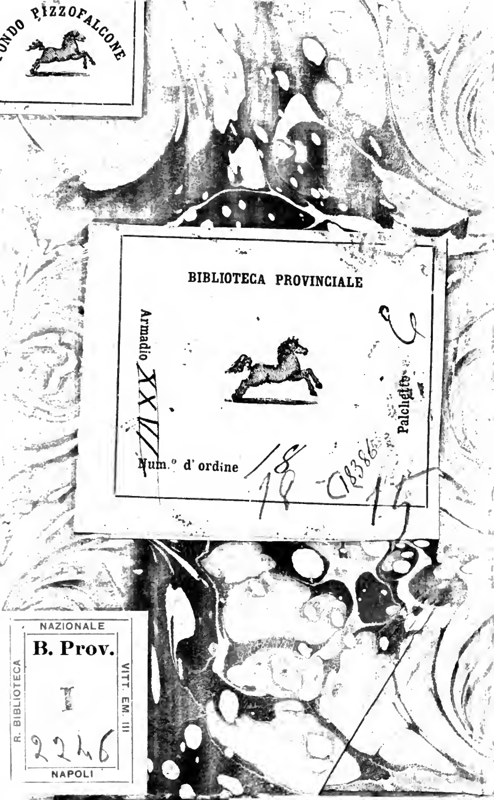




FONDO PIZZOFALCONE
BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XXVI
Palchetto 6
Num.° d' ordine 18
NAZIONALE
B. Prov.
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III
2246
NAPOLI



LEÇONS
ÉLÉMENTAIRES
D'OPTIQUE.

Par M. l'Abbé DE LA CAILLE, *de l'Académie Royale des Sciences, de celles de Prusse, de Suede, & de l'Institut de Bologne; Professeur de Mathématiques au Collége Mazarin.*

AVEC FIGURES.

Nouvelle Edition, revue, corrigée & augmentée sur l'Exemplaire de l'Auteur.

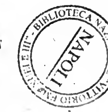


A PARIS;

Chez DESAINT, Libraire, rue du Foin.

M. DCC. LXVI.

Avec Approbation & Privilége du Roi.



AVERTISSEMENT.

L'Optique eſt celle des Sciences Phyſico-mathématiques dont plus de perſonnes ſont à portée de reconnoître l'utilité & les agréments. Dans tous les états de la vie & de la ſociété, on a ſi ſouvent occaſion d'admirer le jeu merveilleux de la lumiere, l'importance & la réalité des ſecours que nous procurent les inſtruments d'Optique, pour étendre notre vue, & pour ſuppléer à ſes défauts, que le plus ſtupide ne peut s'empêcher de témoigner le regret qu'il a de ne pouvoir connoître les raiſons de tant d'effets, ſi variés, ſi frappants, d'une utilité ſi palpable & ſi immenſe.

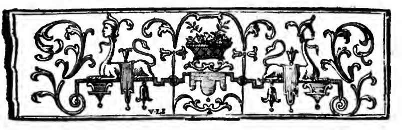
Ma profeſſion m'impoſe le devoir d'expliquer les principales parties des Mathématiques; mais l'uſage & la forme de mes exercices m'obligent de m'en tenir aux principes ſeulement. J'ai donc tâché de mettre ici tous ceux qui ſont abſolument néceſſaires; j'ai évité les diſcuſſions Phyſiques, les deſcriptions des inſtruments & des machines, & tous les autres détails qui n'appartiennent proprement qu'à la Phyſique expérimentale.

J'ai ajouté dans cette Édition un Traité de Perſpective. Nous avons ſur cette partie de l'Optique un bien plus grand nombre de livres que ſur toutes

les autres; mais aucun que je ſache n'en renferme les principes d'une maniere aſſez générale. On ne trouve communément que des pratiques vagues, obſcurément énoncées, ſans ordre & ſans démonſtration. Les explications des principes que je donne dans celui-ci, & les méthodes de pratique que j'y rapporte, ſont dans un ſtyle un peu moins ſerré que celui dont je me ſers ordinairement, parce qu'il ne s'agit pas dans ce Traité d'une théorie qu'on puiſſe développer dans des Leçons, & ſe rendre familiere par la réflexion & par l'étude; mais d'un Art qui demande un long exercice de la regle & du compas, guidés par une méthode qui ne ſoit ſuſceptible d'aucun cas embarraſſant.



LEÇONS



LEÇONS ÉLÉMENTAIRES D'OPTIQUE.

1. L'OPTIQUE eſt une ſcience Phyſico-mathématique, qui traite de la Lumiere & de la Viſion.

2. La lumiere peut venir de l'objet à l'œil en trois manieres, 1°. ou directement, & ſans aucun détour, 2°. ou après s'être briſée ou réfractée, 3°. ou après s'être réfléchie. On appelle *Optique proprement dite*, la partie qui traite de la Viſion faite par une lumiere venue directement. On appelle *Dioptrique*, la partie qui traite de la Viſion faite par une lumiere réfractée ou briſée, & *Catoptrique*, la partie qui traite de la Viſion faite par une lumiere réfléchie.

3. *La Perſpective* eſt encore une ſcience optique. C'eſt l'art de repréſenter ſur une ſurface donnée les objets tels qu'ils paroiſſent, étant vûs d'un point donné.

4. On appelle *milieu*, un eſpace que la lumiere doit traverſer. Cet eſpace peut être ou abſolument vuide, ou rempli d'une matiere de telle nature, qu'elle n'apporte aucun obſtacle au mouvement de la lumiere; & alors on l'appelle un *milieu libre*; ou bien il peut être rempli de quelque matiere au travers de laquelle la lumiere puiſſe paſſer avec

plus ou moins de facilité, & alors on l'appelle un *milieu diaphane*. Si cette matiere est par-tout la même, on l'appelle *milieu homogêne* ; si cette matiere est composée de parties de différente nature on l'appelle *milieu hétérogêne*.

Un milieu diaphane est plus ou moins *dense*, selon qu'il contient, sous un même volume, plus ou moins de matiere capable d'arrêter ou de détourner la lumiere.

PREMIERE PARTIE.

De l'Optique proprement dite.

ARTICLE PREMIER.

Des Principes sur lesquels les démonstrations de l'Optique sont fondées.

5. LEs Principes qui servent de fondement à l'Optique ne se tirent que de l'expérience. Ce sont des faits dont tous les Physiciens conviennent. On peut les déduire tous en examinant les circonstances de l'Expérience suivante.

Fermez une chambre de tous côtés, de sorte que la lumiere n'y puisse entrer par aucune ouverture, si ce n'est par un très-petit trou. Alors, si le temps est serein, vous verrez sur les murs de la chambre (que je suppose polis & blanchis) tous les objets de dehors exposés à ce trou, peints avec toutes leurs couleurs (quoique foibles). Les peintures des objets fixes, comme des arbres, des maisons, paroîtront fixes : celles des objets en mouvement, comme des hommes, des chevaux, paroîtront en mouvement. Il est vrai que tout paroîtra dans une situation renversée, ce qui vient de ce que les rayons de lumiere se croisent en passant par le petit trou, comme on l'expliquera plus au long dans la

Dioptrique & la Catoptrique. Si le Soleil donne sur le trou, on verra un rayon lumineux qui ira en ligne droite se terminer sur la muraille, ou sur le plancher. Si on met l'œil sur ce rayon, on verra que l'œil, le trou & le soleil sont dans une même ligne droite : il en est de même des autres objets peints dans la chambre. Les images des objets reçus sur un même plan sont d'autant plus petites que les objets sont plus éloignés du trou. Nous examinerons dans la suite les autres circonstances de cette expérience qui représente ce qui se passe dans notre œil, lorsque nous voyons les objets qui nous environnent; en attendant, on en peut déduire les faits suivants.

6. I. *La Lumiere tend toujours à aller en ligne droite.*

7. II. *Un point quelconque d'un objet lumineux, peut être vû de tous les lieux auxquels une droite tirée de ce point peut aboutir sans rencontrer d'obstacle.* Puisque la peinture d'un objet en mouvement est toujours visible dans la chambre obscure, tant que l'objet est exposé au trou.

8. III. Il suit delà qu'*un point lumineux envoye de la lumiere en tout sens. Il est le centre d'une sphere de lumiere qui s'étend indéfiniment de tous côtés.* Et si on conçoit que quelques-uns de ces rayons de lumiere soient interceptés par un plan, le point lumineux devient le sommet d'une pyramide de lumiere, dont le corps est formé par l'amas de ces rayons, & dont la base est le plan qui les arrête.

9. IV. L'image de la surface d'un objet qui se peint sur la muraille, est aussi la base d'une pyramide de lumiere dont le sommet est au trou de la chambre obscure : les rayons qui forment cette pyramide en forment une autre semblable & opposée, en se croisant dans le trou qui en est le sommet, & la surface de l'objet en est la base.

10. V. *Les particules de lumiere sont extrêmement fines :* puisque les rayons qui viennent de chacun des points visibles de tous les objets exposés au trou de la chambre obscure, passent par une ouverture extrêmement petite, sans s'embarrasser sensiblement ni se confondre.

ARTICLE II.

Des propriétés générales de la Lumiere.

11. I. PROP. *Dans un milieu libre la force & l'intensité de la lumiere qui se propage par des rayons paralleles, sont toujours constantes.*

Car dans un milieu libre, il n'y a rien qui fasse obstacle au mouvement de la lumiere, rien qui l'empêche d'agir de la même maniere ; rien qui diminue sa vîtesse, ni qui change sa direction.

12. II. PROP. *Dans un milieu libre, la force & l'intensité de la lumiere qui se propage par des rayons qui partent d'un même point, ou qui concourent en un même point, sont en raison inverse des quarrés des distances à ce point.*

Car les écarts des deux rayons de lumiere qui partent d'un même point, sont toujours proportionnels à leurs distances à ce point, (puisque les écarts de deux mêmes rayons forment des bases paralleles de triangles isosceles, dont ces deux rayons sont les côtés). Supposons donc qu'ayant intercepté d'abord par un plan un certain nombre de ces rayons à une certaine distance du point de réunion, on recule ensuite ce plan à une distance double, puis triple, quadruple, &c. Les écarts des rayons seront entr'eux comme 1, 2, 3, 4, &c. (qui est le rapport des distances au point de réunion), & chaque dimension de la base de chaque pyramide lumineuse qu'on formera ainsi successivement, sera dans le même rapport. Donc (Elem. 608.) les surfaces de chacune de ces bases seront comme 1, 4, 9, 16, &c. De sorte que le même nombre de rayons se trouvant distribué successivement sur des surfaces qui sont entr'elles comme les quarrés des distances au point de concours des rayons, la force de la lumiere qu'ils formeront diminuera dans la même proportion. Car en prenant

ſur la ſurface de chacune de ces baſes une aire égale à la ſurface de la premiere baſe, on voit que la quantité de lumiere ſur cette aire ou portion priſe dans la ſeconde baſe, n'eſt que le quart de ce qu'elle étoit ſur la premiere baſe : elle n'eſt que le neuvieme ſur la troiſieme baſe, & le ſeizieme ſur la quatrieme, &c.

13. D'où on voit qu'à meſure que la lumiere s'écarte d'un point lumineux, ſa force ſuit cette ſérie $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}$, &c.

14. REM. Quoique la force de la lumiere décroiſſe auſſi rapidement en s'éloignant de ſon origine, cependant l'*éclat d'un même corps lumineux vû à une diſtance quelconque dans un milieu parfaitement libre, & avec une même ouverture de prunelle, eſt conſtant.* Car cet éclat dépend de la denſité des rayons qui forment l'image dans l'œil, comme on l'expliquera dans l'Article IV. ſuivant. Or ſi ayant placé l'œil à une certaine diſtance de l'objet, on le place enſuite à une diſtance double, l'image, dans ce ſecond cas, occupe dans le fond de l'œil un eſpace qui n'a plus que la moitié de la longueur & de la largeur de celui qu'occupoit la premiere image, & qui n'en eſt par conſéquent que le quart : mais auſſi l'œil ne reçoit plus que le quart de la lumiere qu'il recevoit dans le premier cas. Donc les rayons de lumiere ſont auſſi denſes dans cette ſeconde image que dans la premiere ; donc l'éclat de l'objet eſt le même.

15. Il eſt vrai que ſelon l'expérience, les mêmes objets paroiſſent d'autant plus obſcurs qu'ils ſont plus éloignés, & qu'enfin ils ceſſent d'être viſibles ; mais ils ne deviennent obſcurs que parce que nous ne pouvons voir les objets qu'au travers de l'air, qui eſt un milieu aſſez denſe, ſurtout vers la ſurface de la terre, & qui fait diſſiper une quantité prodigieuſe de rayons dans l'intervalle de l'objet à notre œil ; puiſque, ſelon les expériences & les calculs de M. Bouguer, 189 toiſes d'intervalle horizontal, qui ſont $\frac{1}{12}$ de lieue commune, font perdre la 100e partie de la lumiere, & 7469 toiſes ou 3 lieues $\frac{1}{4}$, en diſſipent le tiers. (Eſſai d'Opt. pag. 76. & 80.) Et ils ne ceſſent d'être viſibles que parce que les images en diminuant de grandeur ;

ébranlent un moindre nombre de filets nerveux de l'œil ; & qu'enfin elles deviennent trop petites pour faire une impreſſion ſenſible.

16. III. PROP. *La denſité d'un milieu diaphane, uniformément denſe, fait décroître ſelon une progreſſion géométrique l'intenſité de la lumiere qui ſe propage par des rayons quelconques.*

DEM. Suppoſons que la denſité uniforme d'un milieu ; par exemple, d'un morceau de glace, conſiſte en ce que le nombre des petites parties ſolides de cette glace, qui arrêtent la lumiere au paſſage, faſſe la $\frac{1}{n}$ eme partie du volume de la glace. Suppoſons encore que cette glace ſoit diviſée dans ſon épaiſſeur en tranches égales chacune en épaiſſeur au diametre de ces parties ſolides, que je ſuppoſe égales entr'elles, il eſt clair que ſi un faiſceau de rayons de lumiere diſpoſés comme on voudra & appellés 1, vient à tomber ſur cette glace, la $\frac{1}{n}$ eme partie de ces rayons ſera arrêtée au paſſage de la premiere tranche, de ſorte qu'il n'en ſortira que $1 - \frac{1}{n}$ ou $\frac{n-1}{n}$, & parce que la ſeconde tranche eſt homogêne & égale à la premiere, elle arrêtera de même la $\frac{1}{n}$ eme partie des rayons qui s'y préſenteront, c'eſt-à-dire, de $\frac{n-1}{n}$; laquelle partie eſt $\frac{n-1}{nn}$: donc il n'en ſortira que $\frac{n-1}{n} - \frac{n+1}{nn} = \frac{nn-2n+1}{nn} = \frac{(n-1)^2}{n^2}$: on prouvera de même qu'il ne ſortira de la troiſieme tranche que $\frac{(n-1)^3}{n^3}$, de la quatrieme que $\frac{(n-1)^4}{n^4}$, &c. ce qui eſt évidemment en progreſſion géometrique.

17. IV. PROP. *Dans un milieu diaphane & d'une denſité uniforme, l'intenſité de la lumiere qui diverge d'un point lumineux pris dans ce milieu, décroît ſelon cette ſérie,* $\frac{n-1}{n}$, $\frac{(n-1)^2}{4n^2}$;

$\frac{(n-1)^3}{9n^3}$, $\frac{(n-1)^4}{16n^4}$, $\frac{(n-1)^5}{25n^5}$, &c. dans laquelle n exprime la portion des rayons de lumiere que la densité du milieu arrête à chaque intervalle égal des distances au point lumineux.

Car (13) au bout de chaque intervalle égal de distance en vertu de la divergence, l'intensité de la lumiere est comme $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}$, &c. & en vertu de la densité uniforme du milieu, elle est comme $\frac{n-1}{n}$ $\frac{(n-2)^2}{n^2}$, $\frac{(n-1)^3}{n^3}$, $\frac{(n-1)^4}{n^4}$, &c.

18. Par exemple, de ce que à 189 toises de distance, la lumiere perd $\frac{1}{100}$ de ses rayons, à cause de la densité de l'air, il suit que l'intensité de la lumiere par laquelle on voit un objet à $\frac{1}{12}$ de lieue de distance, est à celle par laquelle on le voit à $\frac{1}{3}$ de lieue ou à 756 toises de distance, réciproquement comme $\frac{96059601}{1600000000}$ à $\frac{99}{100}$, ou à très-peu près, comme 33 à 2.

19. Rem. I. Comme la lumiere qui nous vient des astres traverse l'atmosphere d'air qui environne la terre de toutes parts, il s'en perd d'autant plus de rayons, que cette lumiere doit faire un plus long trajet dans cet atmosphere : or ce trajet est d'autant plus long, que le rayon vient plus obliquement à nous. Soit ABC, (Fig. 1.) un arc de la circonférence de la terre, *abc* un arc concentrique, qui est l'extrémité de l'atmosphere d'air, lequel ne s'étend guere que de quelques lieues au-dessus de nous. Soit DB un rayon de lumiere qui vient du Zénith perpendiculairement à l'horizon d'un observateur placé en B. Soit EB, un rayon qui vient obliquement, & FB un rayon qui vient horizontalement; on voit évidemment que celui qui vient perpendiculairement n'a précisément que l'épaisseur *b*B de l'atmosphere à traverser; que le rayon oblique EB en a une portion GB plus grande que *b*B, mais que le rayon horizontal FB a le plus grand trajet HB à faire : d'où il suit que la lumiere des astres est la plus foible, lorsqu'ils paroissent à l'horizon; qu'elle augmente à mesure qu'ils s'élevent au-dessus de l'horizon, & qu'elle est la plus vive lorsqu'ils passent au Zénith,

20. Par un calcul fondé sur ses expériences, M. Bouguer trouve que de 10000 rayons qui partant d'un astre viendroient jusqu'à notre œil, s'ils ne rencontroient pas notre atmosphere, il n'y en arrive réellement qu'autant qu'il est marqué dans la Table suivante.

Dégrés de hauteur apparente.	Nombre des Rayons.	Dégrés de hauteur apparente.	Nombre des Rayons.	Dégrés de hauteur apparente.	Nombre des Rayons.
0	5	8	2423	30	6613
1	47	9	2797	35	6963
2	192	10	3149	40	7237
3	454	11	3472	50	7624
4	802	12	3773	60	7866
5	1201	15	4551	70	8016
6	1616	20	5474	80	8098
7	2031	25	6136	90	8123

21. Rem. II. M. Bouguer a fait voir par des expériences, I°. que *la lumiere du Soleil est environ trois cens mille fois plus forte que celle de la Lune lorsqu'elle est pleine, & qu'elle est au milieu entre sa plus grande & sa plus petite distance de la Terre.* II°. *Que la lumiere du Soleil n'est plus sensible, lorsqu'elle est diminuée* 1000000000000^{me} *fois*; en sorte qu'un corps est véritablement opaque, lorsqu'il ne laisse passer que la 1000000000000^{me} partie de la lumiere du Soleil.

22. Rem. III. Une autre propriété de la lumiere que les observations astronomiques ont fait connoître, c'est que *la propagation de la lumiere se fait avec une extrême vîtesse, en sorte qu'elle n'est qu'environ 8 minutes de temps à venir du Soleil jusqu'à nous*, c'est-à-dire, à parcourir 27500000 lieues: d'où il suit que nous ne voyons presque jamais rien dans le ciel qui soit actuellement dans son vrai lieu; parce que chaque astre avance dans son orbite pendant le temps que la lumiere qu'il nous envoye, parcourt l'espace compris entre lui & notre œil. Et parce que notre œil est lui-même entraîné par la révolution de la terre autour du Soleil, il en arrive

e complication d'apparences, qui nous font rapporter aftres ailleurs qu'à l'endroit où ils font réellemenr. Le tail de ces effets fait l'objet d'une partie confidérable de Aftronomie moderne. On l'appelle *la Théorie de l'aberration de la lumiere.*

23. V. PROP. *Si les rayons de lumiere partant d'un point, ffent par un trou dans une chambre obfcure, & font reçus fur n plan parallele à celui du trou, ils formeront fur ce plan une gure femblable à celle du trou, d'autant plus grande qu'elle era plus éloignée du trou.*

Car alors le point lumineux eft le fommet d'une pyramide de lumiere dont les faces font déterminées par les rayons qui rafent les côtés du trou, & dont la bafe eft la furface du trou; au-delà de ce trou les rayons vont encore en s'écartant de plus en plus en dedans de la chambre obfcure: fi donc on les reçoit fur un plan parallele à ce trou, on coupe alors la pyramide ainfi prolongée par un plan parallele à fa bafe, & par conféquent la figure lumineufe fera femblable à celle du trou, & d'autant plus grande qu'elle en fera plus éloignée.

24. Il eft clair par la nature de la pyramide, que fi on préfente le plan obliquement à celui du trou, la figure lumineufe doit avoir autant de côtés que le trou; mais elle ne doit pas lui être femblable, elle doit être plus allongée.

25. On voit encore que cette figure lumineufe n'eft autre chofe qu'un amas d'autant d'images du point lumineux, qu'il y a de points dans la furface du trou.

26. VI. PROP. *Lorfque la lumiere du Soleil ou de la pleine Lune paffe par un petit trou d'une figure quelconque, fi on la reçoit fur un plan parallele à celui du trou & fort proche, on aura une figure lumineufe femblable à celle du trou; mais fi on la reçoit à une diftance confidérable, on aura une figure lumineufe fenfiblement circulaire.*

Car la furface du trou eft compofée d'une infinité de points qui font comme autant de petits trous contigus, par chacun defquels paffent des rayons de lumiere qui viennent de tous les points du difque du Soleil. Chaque point

de la surface du trou est donc le sommet d'un cône lumineux dont la base est le disque du Soleil; l'axe est le rayon qui vient du centre du disque à ce point, & l'angle formé au sommet de ce cône par les deux apothêmes opposés, est de 32 minutes; les rayons de lumiere passant au-delà du trou, & s'y croisant, forment un autre cône lumineux qui a le même sommet, le même axe & le même angle au sommet, mais qui s'étend indéfiniment au-delà du trou, à l'opposite du Soleil. Et comme la largeur du trou est infiniment petite à l'égard de sa distance au Soleil, les axes de tous ces cônes sont tous paralleles entr'eux. Or à cause de la petitesse de l'angle au sommet de chaque cône, les apothêmes sont sensiblement confondus avec leurs axes à peu de distance du trou. Donc un plan posé tout auprès du trou, ne reçoit la lumiere du Soleil que comme s'il n'y avoit que les axes seuls, lesquels étant paralleles entr'eux, sont arrangés dans le même ordre que tous les points de la surface du trou; & par conséquent la figure lumineuse doit être sur ce plan semblable à la figure du trou. Mais quand on éloigne le plan, les apothêmes des cônes lumineux commencent à s'écarter sensiblement des axes; les cônes deviennent sensiblement ouverts, de sorte qu'à une distance considérable du trou, la figure lumineuse est composée de toutes les bases de ces cônes, qui sont des cercles. Les centres de ces cercles déterminés par la rencontre des axes des cônes, sont à la vérité arrangés sur le plan de la même maniere & à la même distance les uns des autres que les points de la surface du trou; mais leurs circonférences sont confondues les unes dans les autres, & forment par conséquent une figure à peu près circulaire, comme on voit celle des sept cercles (Fig. 2) dont les centres sont A, B, C, D, E, F, G, & forment un heptagone irrégulier.

27. REM. I. Tant que les dimensions du trou ne différeront pas beaucoup entr'elles, la figure lumineuse sera sensiblement circulaire. Si la figure du trou est oblongue, comme si c'étoit celle d'un parallélogramme, la figure lumineuse paroîtra aussi comme un parallélogramme arrondi

ou terminé en demi-cercle par les deux bouts opposés. En général toutes les figures lumineuses causées par le Soleil ou par la Lune, auront toujours leurs angles arrondis à une certaine distance.

28. II. Si le plan n'est pas parallele à celui du trou, la figure lumineuse sera ovale, parce que les bases de tous les cônes de lumiere deviendront des ellipses.

29. III. Si on bouche une partie du trou, ce qui changera la figure du trou, celle de l'image lumineuse ne changera pas; elle deviendra seulement plus foible de lumiere & plus petite.

30. IV. C'est pour cela que lorsqu'on se promene sous une avenue de hauts arbres éclairés du Soleil, & dont l'ombrage est assez épais, tel qu'est celui des marronniers d'Inde, on voit sur le terrein des cercles de lumiere qui répondent aux endroits entre lesquels le Soleil a pû pénétrer.

31. COROLL. *S'il y a plusieurs petits trous voisins les uns des autres*, par exemple, trois, *par où la lumiere du Soleil entre dans une chambre obscure, on verra d'abord à une certaine distance trois cercles lumineux; à mesure qu'on éloignera le plan, ces trois cercles s'aggrandiront sans que leurs centres se rapprochent ni s'écartent; puis ils se toucheront, enfin ils se confondront pour toujours en un seul, qui paroîtra de plus en plus rond & grand.*

ARTICLE III.

Des Propriétés des Ombres.

32. I. PROP. *UN corps opaque éclairé en partie, jette une ombre terminée par des lignes droites, & précisément opposée à la lumiere.*

Car la lumiere se propage (*6*) toujours en ligne droite, & les rayons de lumiere qui rasent les extrémités des corps terminent l'ombre qui reste derriere les corps.

33. II. PROP. *L'ombre d'un Corps éclairé produit une obs-*

curité d'autant plus ſenſible ou plus noire, que la lumiere qui éclaire la partie oppoſée eſt plus forte.

Car alors le contraſte de la lumiere qui avoiſine l'ombre en doit être d'autant plus ſenſible.

34. REM. Lorſqu'un même corps eſt éclairé par pluſieurs lumieres différentes, ſituées cependant à peu près du même côté, il jette à l'oppoſite autant d'ombres différentes, leſquelles ſe confondent en partie vers le pied de ce corps : & l'on voit par cette propoſition pourquoi l'obſcurité de ces ombres eſt d'autant plus grande, qu'elles ſont en plus grand nombre confondues enſemble.

35. III. PROP. *L'ombre formée par l'interpoſition d'un corps opaque dans un milieu éclairé, & reçue ſur un plan, eſt toujours terminée par une pénombre, d'autant plus étendue que le corps lumineux eſt plus gros, que le corps opaque eſt plus loin du plan qui reçoit ſon ombre, & que cette ombre eſt reçue plus obliquement ſur ce plan. L'intenſité de cette pénombre diminue à proportion qu'elle s'éloigne de l'ombre pure.*

Soit A B le Soleil (Fig. 3); ED un objet placé ſur le terrein DI : il eſt clair qu'ayant tiré les rayons BF, CG, AH, un œil qui s'avanceroit de I vers H, verroit le Soleil entier; étant en H, il commenceroit à n'être plus éclairé par le bord inférieur A du Soleil; en continuant de s'avancer, il verroit une portion du diſque du Soleil de plus en plus petite : par exemple en G, il ne verroit plus que la moitié ſupérieure du Soleil, & en F il ceſſeroit de le voir, il entreroit dans l'ombre pure FD. D'où il paroît 1°. qu'il voit d'autant moins clair qu'il s'approche plus de la vraie ombre : de ſorte que l'eſpace HF eſt couvert d'une pénombre, d'autant plus forte qu'elle approche plus de l'ombre pure, laquelle commence en F. 2°. Que dans le triangle FEH, le côté FH qui meſure la pénombre eſt d'autant plus grand, que l'angle oppoſé FEH, (qui meſure le diametre apparent AB de l'objet lumineux) eſt plus grand, que la diſtance ED de l'extrémité E du corps au plan DI qui reçoit l'ombre eſt plus grande, & que les droites EH, EF, ſont plus obliques.

36. REM. C'est pour cela que le terme de l'ombre des corps éclairés par le Soleil est toujours confus, sur-tout lorsque l'ombre est loin du corps qui la cause. Et parce que le diametre du Soleil est vu sous un angle de 32 minutes, il est évident (Elem. 746) que *la grandeur* F H *de la pénombre d'un objet est à la distance de l'extrémité* E *de l'objet au commencement* F *de son ombre pure, comme le sinus de 32 minutes, est au sinus de l'angle* E H D *de la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil au-dessus du plan* D I *qui reçoit l'ombre.* Au reste, ce qu'on dit ici du Soleil, doit aussi s'entendre de la Lune, & en général de tous les corps éclairans qui ont un diametre sensible, lequel occasionne une pénombre : il n'y auroit qu'un point lumineux qui ne formeroit pas de pénombre.

37. IV. PROP. *Les longueurs des vraies ombres du Soleil ou de la Lune sont en raison inverse des tangentes des hauteurs apparentes du bord supérieur de ces astres au-dessus du plan qui reçoit ces ombres.*

Car dans le triangle rectangle E D F, il est clair (Elem. 748) qu'en prenant l'objet ED pour rayon, la grandeur DF de l'ombre est la tangente de l'angle D E F, complément de D F E, hauteur du bord supérieur du Soleil au-dessus du plan D I. Donc les ombres vraies sont comme les cotangentes de ces hauteurs, ou (Elem. 737) en raison inverse des tangentes des hauteurs du bord supérieur de l'astre qui les cause.

38. COROLL. *Etant données deux de ces trois choses, l'angle de la hauteur du bord supérieur de l'astre, la hauteur perpendiculaire d'un objet au-dessus du plan par rapport auquel on estime la hauteur de l'astre, & la longueur de la vraie ombre de cet objet, mesurée depuis le point où répond la perpendiculaire au plan, tirée de l'extrémité de l'objet, on peut connoître la troisieme,* par le calcul d'un simple triangle rectangle comme E D F.

39. V. PROP. *Si un globe lumineux éclaire un globe obscur plus gros que lui, il en éclairera une partie d'autant moindre, & il y emploiera une partie de sa surface d'autant plus grande qu'il sera plus petit. Ce sera le contraire s'il est plus gros ; & s'ils sont*

égaux, la moitié de sa surface éclaire la moitié de la surface de l'autre.

Soit en B (F. 4) un globe lumineux qui éclaire le globe plus gros C. Il est clair que la partie du globe C, qui en est éclairée, est déterminée par les derniers rayons qui puissent y atteindre, & par conséquent par les rayons qui le touchent; de même les derniers rayons du globe B, qui puissent éclairer le globe C, ne peuvent être que des rayons tangens : ainsi les tangentes LP, KO, déterminent & les derniers points éclairans L, K, & les derniers points éclairés P, O. Si sur la droite BC, on éleve les diametres perpendiculaires HI, MN, ils partageront (Elem. 402) en deux également les circonférences des globes B, C : & si des mêmes points B & C, on abbaisse sur les tangentes les perpendiculaires BL, BK, CP, CO, elles détermineront les points de contact. Ainsi l'arc LRK, (plus grand que de 180 degrés) représentera la partie éclairante, & l'arc PSO, (moindre que de 180 degrés) la partie éclairée. Au contraire, si C étoit un globe lumineux, & B un globe obscur, l'arc PSO en représenteroit la partie éclairante, & l'arc LRK la partie éclairée. Enfin, si les globes étoient égaux, les tangentes seroient paralleles, & passeroient par les extrémités des diametres HI, MN; & par conséquent l'arc éclairant & l'arc éclairé seroient chacun de 180 degrés.

40. COROLL. I. Il est aisé de voir qu'à cause de la ressemblance des triangles rectangles LBH, PMC, KBI, OCN, les arcs LH, PM, KI, ON, sont d'un égal nombre de degrés, & que par conséquent l'*arc d'un globe qui mesure la largeur de sa partie éclairante, est le supplément à 360° de l'arc qui mesure la largeur de la partie éclairée de l'autre globe.*

41. COROLL. II. Par la même raison, l'*arc obscur du globe éclairé a autant de degrés que l'arc éclairant du globe lumineux, & l'arc éclairé en a autant que celui qui n'éclaire pas.*

42. COROLL. III. Et à cause des triangles rectangles semblables ABL, BLH, l'angle BAL = LBH, d'où

on voit que l'*excès de l'arc éclairé ſur l'arc obſcur, ou la différence entre la partie éclairante & la partie éclairée, eſt meſurée par l'angle* L A K *des rayons tangens.*

43. Coroll. IV. *Un globe éclaire la moitié d'un globe égal, à quelque diſtance qu'ils ſoient l'un de l'autre ; mais un globe qui en éclaire un autre plus petit, en éclaire une partie d'autant plus grande qu'il en ſera plus près, & réciproquement.* Car plus les globes ſeront près, plus l'angle PAO des tangentes ſera grand, & par conſéquent plus la partie éclairée excédera la partie obſcure.

44. Ainſi on ne peut voir d'un œil ſeul la moitié d'un globe dont le diametre ſeroit plus grand que l'ouverture de la prunelle. Le Soleil éclaire plus que la moitié de chacune des planettes ; la Lune étant pleine, éclaire moins que la moitié de la terre, &c.

45. Coroll. V. *L'ombre d'un globe éclairé par un globe égal, eſt cylindrique & infinie ;* car elle eſt terminée par des rayons qui ſont tous paralleles entr'eux, & qui entourent une circonférence de cercle. *L'ombre d'un globe éclairé par un plus gros, eſt un cône fini*, comme K A L ; & *l'ombre* QPOV *d'un globe* C, *éclairé par un plus petit* B, *s'étend à l'infini en un cône tronqué.*

46. Coroll. VI. Etant donnés les demi-diametres BK, CO, & la diſtance BC des centres de deux globes, on détermine aiſément la longueur de l'axe BA du cône d'ombre du plus petit globe. Car ſi on tire KD, parallele à BC, à cauſe des paralleles BK, CO, on a BK = CD, & BC = KD, les triangles KDO, ACO ſont ſemblables ; donc DO : OC : : DK : CA ; ou CO — BK : CO : : CB : CA. Otant donc CB de CA, reſte BA qu'on cherche. Soit B la Terre, C le Soleil, BK = 1, CO = 80, 5 & BC = 17189 : on trouve donc BA = 216 qui valent environ 324000. lieues, à raiſon de 1500 lieues pour le demi-diametre BK de la terre.

47. Rem. Il eſt évident que la partie éclairée dont on parle dans cette propoſition, renferme la pénombre, & ne ſe termine qu'à l'ombre vraie.

ARTICLE IV.

De la Nature & des Propriétés de la Lumiere, par rapport à la Vision & aux Couleurs.

48. L'Oeil fait à notre égard, à quelques exceptions près, le même effet que la chambre obſcure. La prunelle eſt un trou par où paſſent les rayons de lumiere, & où ils ſe croiſent pour aller peindre ſur la membrane qui tapiſſe le fond de l'œil, les images renverſées de tous les objets qui ſont expoſés à notre vue; de ſorte que les diametres des images ainſi peintes, ſont à peu-près proportionnels aux angles formés à l'entrée de la prunelle par les deux rayons qui partent des deux extrémités de l'objet, pourvu que ces angles ſoient petits; ou bien, ce qui revient au même, les diametres des images d'un même objet ſont d'autant plus grands, que la diſtance de cet objet eſt plus petit : & quoique ces images ſoient ainſi renverſées dans notre œil, nous ne laiſſons pas de voir les objets droits; car puiſque les rayons ſe croiſent en entrant dans notre œil, le rayon parti de la partie ſupérieure d'un objet doit donc former la partie inférieure de l'image, & réciproquement. Or comme nous ne pouvons juger de la poſition des objets que par l'impreſſion que les rayons font ſur notre organe; nous devons les juger poſés dans la direction ſuivant laquelle cette impreſſion ſe fait: mais l'impreſſion du rayon qui vient d'un point placé au ſommet d'un objet frapper la partie inférieure de l'organe, doit par la réaction de cet organe faire paroître ce point dans une droite qui va de bas en haut : donc ce point doit paroître effectivement dans la partie ſupérieure de l'objet.

49. Quoiqu'on ne puiſſe donner une explication complete de la maniere dont la lumiere forme dans l'œil les images des objets, que par les Regles de la Dioptrique; on

on va cependant expoſer ici ce que l'expérience nous a appris ſur la maniere dont la lumiere agit ſur l'organe de la vue, & ſur les idées qui en réſultent.

50. La lumiere eſt un compoſé d'une quantité prodigieuſe de particules de matiere ou de corpuſcules diſtingués les uns des autres, d'une petiteſſe comme infinie, très-élaſtiques, mûs ou agités avec une vîteſſe extrême, de ſorte qu'étant parvenus ſur l'organe de notre vue, ils le frappent avec une force proportionnée à la denſité de ces corpuſcules, à leur maſſe & à leur vîteſſe; ils y cauſent des trémouſſemens ou des impreſſions différentes, leſquelles en vertu de l'union intime de notre corps avec notre ame, occaſionnent dans notre eſprit des idées différentes, ſur la préſence des objets d'où ces corpuſcules ou atômes lumineux ſont partis.

51. Les atômes lumineux ſont de différente eſpece, ou du moins ils ont des propriétés particulieres qui ſont comme invariables dans chacun, & indépendantes des différentes modifications que la lumiere peut ſouffrir dans ſa route.

52. J'appellerai *rayon de lumiere*, la route d'un atôme ou point lumineux, ou plutôt une file d'atômes lumineux, contigus, homogênes ou de la même eſpece. Il y a autant d'eſpeces de rayons lumineux qu'il y a d'eſpeces d'atômes lumineux. Ces différentes eſpeces ſe diſtinguent par les différentes ſenſations que l'organe éprouve : & ce ſont ces différentes ſenſations que nous appellons *les couleurs*.

53. Quoiqu'il ſoit impoſſible de faire une diviſion exacte de toutes les eſpeces de rayons, cependant on en diſtingue ordinairement ſept, qui forment autant de couleurs qu'on appelle *primitives*. On les met dans cet ordre, qui eſt le même que celui qu'on voit dans les arcs-en-ciel, *rouge*, *orangé*, *jaune*, *verd*, *bleu*, *pourpre*, *violet*. C'eſt pourquoi dans la ſuite en parlant des rayons de lumiere, nous dirons quelquefois *des rayons rouges*, *des rayons bleus*, *&c.* pour déſigner les atômes lumineux qui cauſent dans notre œil une ſenſation particuliere, qui nous fait juger que ce que nous voyons eſt rouge ou bleu.

54. Un objet peut être visible, ou parce qu'il peut envoyer directement à notre œil des particules de lumiere; & dans ce cas on l'appelle *objet lumineux*, comme le soleil, un flambeau, &c. sa lumiere s'appelle *lumiere directe* : ou parce qu'étant rencontré par des rayons partis d'un objet lumineux, il peut les renvoyer vers notre œil, & occasionner en nous une idée de sa présence, de la maniere qu'on va l'expliquer; & dans ce cas, cet objet s'appelle *objet éclairé;* la lumiere comprise entre l'œil & lui, s'appelle *lumiere réfléchie*.

Comme le Soleil est par rapport à nous l'objet le plus lumineux qui nous éclaire, nous allons expliquer comment il nous fait voir les objets. Il en sera de même des autres corps lumineux, comme des flambeaux.

55. Le Soleil lance * de tous côtés, à une distance immense, une quantité prodigieuse de rayons de toutes les especes mêlées ensemble, de sorte qu'aucune ne prédomine sensiblement, & que dans tout l'espace de l'Univers qui nous est connu, il n'y a pas de point sensible qui ne soit rempli de sa lumiere, à moins qu'il ne soit occupé par quelque particule solide de matiere, ou qu'il ne se trouve dans l'étendue de la vraie ombre de quelque corps impénétrable à cette lumiere.

56. Les rayons que notre œil reçoit directement de tous les points de la surface du soleil exposé à notre vue, forment un cône dont cette surface est la base, & l'entrée ou la prunelle de l'œil en est le sommet. Le prolongement de ces rayons au de-là de la prunelle forme en dedans de l'œil (en faisant abstraction de quelque détour dont on parlera dans la suite,) un autre cône qui se termine sur le

* On ne prétend pas décider ici, si la lumiere se fait par une émission réelle & continuelle de particules lumineuses détachées du corps lumineux, ou si ce c'est que l'effet d'un mouvement d'ondulation ou d'oscillation dans une matiere élastique qui remplit l'Univers, & à laquelle le Soleil ou les autres corps lumineux par eux-mêmes donnent & entretiennent ce mouvement. Nous laissons aux Physiciens à prendre parti dans cette question.

fond de l'œil ; & qui par conféquent y fait une impreffion dans un efpace circulaire de ce fond, laquelle occafionne l'idée de la préfence actuelle d'un objet rond & lumineux, que nous appellons *le Soleil.*

57. Nous appellerons dans la fuite *images des objets dans l'œil*, les efpaces du fond de l'organe où les rayons de lumiere font arrêtés, & où par conféquent les impreffions fe font fentir. On les appelle ainfi, parce qu'en effet lorfqu'on expofe un œil dépouillé de toutes fes tuniques extérieures à un objet lumineux ou fortement éclairé, on voit une image de cet objet peinte avec toutes fes couleurs au fond de cet œil.

Lorfque les rayons du Soleil ne viennent à nous que par réflexion, ou plus généralement, lorfqu'ils rencontrent un corps, il peut arriver quatre cas.

58. I. Cas. Si les parties folides de ce corps (que je fuppofe impénétrables à la lumiere) font fituées entr'elles fi réguliérement à l'endroit de la furface où tombe la lumiere, qu'elles renvoyent tous ces rayons * dans le même ordre dans lequel ils y font parvenus, il eft clair qu'un œil qui fe trouvera fur la route de ces rayons réfléchis, en recevra une impreffion qui fera précifément la même, que fi ces rayons étoient venus directement du foleil. L'œil ne s'appercevra donc que de la préfence du foleil ; il s'en formera une image dans le fond de cet organe, & le corps qui aura renvoyé les rayons, ne fera qu'un vrai *miroir*, invifible à l'œil. Seulement à caufe que les rayons réfléchis auront changé de route, le lieu où le Soleil paroîtra placé,

* C'eft encore une queftion agitée parmi les Phyficiens de fçavoir fi la réflexion de la lumiere fe fait comme celle des corps à reffort, par une fimple décompofition de mouvement à la rencontre des parties folides des corps ; ou, ce qui eft plus vraifemblable, à la rencontre d'une matiere élaftique qui eft répandue fur la furface des corps ; ou bien fi la réflexion de la lumiere n'eft que l'effet d'une répulfion produite par un pouvoir actif qui s'exerce fur la lumiere à l'approche des corps. Sans prétendre rien décider, nous parlerons ici de la réflexion de la lumiere comme fi elle fe faifoit fur les parties folides des corps.

ne sera pas le même que si le Soleil étoit vu directement : parce que nous jugeons que les objets sont situés dans la ligne droite, qui est la direction des rayons à l'instant qu'ils arrivent à notre organe; de même que lorsque nous recevons un coup de pierre sans la voir, nous jugeons par l'impression du coup, que la pierre est venue dans la ligne droite, & du côté où cette impression s'est fait sentir, quoique cette pierre ne soit peut-être parvenue à nous que par ricochet ou par une courbe, dont la droite que nous prenons pour sa vraie direction, n'est que la tangente au point où elle nous a frappé.

59. On sait par expérience que plus la surface d'un corps opaque exposé au soleil est parfaitement polie, plus elle fait parfaitement l'effet du miroir; c'est-à-dire, qu'elle devient d'autant moins visible, mais qu'elle renvoye une image d'autant plus vive; & parce que la surface de tous les corps qui nous sont connus, n'a jamais ce poli parfait, mais que les particules solides qui la terminent, sont posées irrégulièrement, c'est-à-dire, différemment inclinées, élevées, figurées, &c. nous supposerons dans la suite de cet article, que les surfaces des corps ne peuvent être des miroirs parfaits.

60. II. CAS. Si les parties solides d'un corps sont tellement situées à l'endroit de la surface où la lumiere tombe, qu'elles renvoyent tous ou presque tous les rayons du Soleil, ou du moins qu'elles n'en absorbent pas sensiblement plus d'une espece que d'une autre, en sorte que ces rayons soient réfléchis confusément, les uns d'un côté, les autres de l'autre, selon la position de la surface de la petite partie solide qui les aura reçus, l'œil qui se trouvera sur la route de cette lumiere confusément réfléchie, recevra des rayons, qui viendront de toutes les parties de la surface réfléchissante. Tous ces rayons formeront une espece de Pyramide, dont cette surface sera la base; la prunelle de l'œil en sera le sommet: leur prolongement formera en dedans de l'œil une autre Pyramide, qui se trouvera terminée au fond de cet organe, par une base à peu près semblable à celle de la Pyramide extérieure. Or chaque particule solide de la

ſurface réfléchiſſante, eſt un petit miroir, qui ne peut rapporter à l'œil qu'une très-petite partie de l'image du ſoleil; la ſituation irréguliere de toutes ces particules ſolides les rend autant de petits miroirs différemment poſés; ce qui cauſe autant de poſitions différentes dans l'apparence de chaque portion d'image du Soleil. D'où il ſuit que l'impreſſion totale qui ſe fait dans toute l'étendue de la baſe de la Pyramide qui eſt dans l'œil, doit occaſionner l'idée d'un aſſemblage de parties lumineuſes, terminé par une figure ſemblable à celle de cette baſe.

61. On concevra ceci plus facilement par l'exemple qui ſuit. On ſait que le diametre du Soleil nous paroît ſoutendre dans le Ciel un arc d'environ 32 minutes. Si donc on renvoye, par le moyen d'un miroir plan expoſé au Soleil, une image de cet aſtre vers un œil, cette image paroîtra occuper une portion aſſez conſidérable du miroir. Suppoſons qu'on couvre preſque toute cette portion, & qu'on n'en laiſſe à découvert qu'une aſſez petite partie, il eſt clair 1°. qu'on ne doit plus voir qu'une petite partie de l'image du Soleil qu'on voyoit entiere précédemment; 2°. que cette partie d'image aura la figure de la partie découverte du miroir. Ce ſeroit la même choſe, ſi au lieu d'un grand miroir preſque tout couvert, on ne ſe ſervoit que d'un petit miroir égal & ſemblable à cette partie découverte. Cela poſé, imaginons qu'on prenne pluſieurs morceaux de glace de miroir, trop petits chacun pour faire voir une image entiere du ſoleil; que l'on diſpoſe chacun de ces morceaux en une figure quelconque, réguliere ou non, par exemple, en hexagone, en ſorte cependant que chacun renvoye à un même œil la partie de l'image du Soleil qu'il peut renvoyer, (on verra dans la ſuite que pour cet effet les morceaux de glace ne doivent pas être dans un même plan), il eſt clair qu'en ce cas l'œil verra autant de portions d'images du Soleil qu'il y aura de miroirs, & que toutes ces portions d'images formeront une figure lumineuſe ſemblable à celle qui réſulte de l'aſſemblage des miroirs (par exemple, un hexagone) en ſorte qu'à meſure qu'on ajoutera

ou qu'on ôtera un morceau de glace, on verra paroître ou diſparoître une portion d'image du Soleil, ce qui changera la figure lumineuſe, de la même maniere que l'aſſemblage des portions de glace changera de figure.

62. On voit encore 1°. qu'on peut tellement diſpoſer ces morceaux de glace, qu'il n'y ait pas d'intervalle ſenſible entre les portions d'images du Soleil qu'ils renvoyent ; & qu'ainſi la figure lumineuſe paroiſſe continue & ſans interruption. 2°. Que ſelon que chaque morceau de glace ſera plus ou moins net, plus ou moins poli, la partie de la figure lumineuſe qu'il formera ſera plus ou moins éclatante. 3°. Que la figure lumineuſe doit faire la même impreſſion dans l'organe, que ſi les rayons qui parviennent à l'œil venoient directement du Soleil, & que par conſéquent elle doit être de même couleur que le Soleil, c'eſt-à-dire, blanche.

63. Si donc on regarde la ſurface d'un corps qui renvoie une très-grande quantité des rayons du Soleil de toutes les eſpeces, ſans en abſorber plus d'une eſpece ſenſiblement que d'une autre, comme terminée par des particules ſolides qui ſoient des polyhedres iſolés ou ſéparés les uns des autres, en ſorte que leurs faces ſoient autant de petits miroirs placés irréguliérement, & dans des plans différents, on conçoit que ce corps doit paroître blanc, & terminé par une figure ſemblable à celle de ſon image qui eſt dans l'œil ; & les parties de la ſurface de ce corps ſont d'un blanc plus ou moins éclatant, ſelon le tiſſu plus ou moins ſerré des petits polyhedres, qui laiſſe par conſéquent plus ou moins d'intervalles obſcurs, ſelon leur poli, & ſelon la poſition de leurs faces à l'égard de l'œil & du ſoleil.

64. On voit donc, dans cette hypotheſe, que *les corps blancs ſont ceux qui réfléchiſſent vers notre œil des rayons de toute eſpece mêlés enſemble.*

65. III. CAS. Si les parties ſolides du corps ſont tellement ſituées à l'égard de l'œil & du ſoleil, ou ſi elles ſont d'une telle nature qu'elles ne renvoyent que très-peu de rayons, en ſorte qu'ils ſoient preſque tous abſorbés en

pénétrant dans les pores ou interstices des particules solides des corps, & en y souffrant différentes modifications ou différens accidens qui les arrêtent, ou qui les empêchent d'être reçus par un œil, si ce n'est en très-petit nombre ; alors l'œil recevra si peu de petites portions d'images du soleil, qu'elles ne feront aucune impression sensible, ou qu'elles n'en feront qu'autant qu'il en faut pour s'appercevoir qu'il y a au-devant de l'œil quelques parties qui réfléchissent un peu de lumiere. C'est pourquoi le corps ne sera pas ou presque pas visible, & l'on n'aura d'idée de sa présence & de sa figure, qu'autant que les objets voisins seront plus éclatants, & feront plus de contraste avec lui. On appelle ces sortes de corps, *des corps noirs.*

66. D'où il suit que dans cette hypothese, *les corps noirs sont ceux qui ne réfléchissent point ou que peu de rayons de lumiere.*

67. IV. CAS. Si les parties solides qui terminent la surface d'un corps sont d'une telle nature qu'elles absorbent presque tous les rayons de lumiere, excepté ceux qui sont d'une certaine espece, lesquels soient presque tous seuls réfléchis, l'œil qui se trouvera sur leur route recevra autant de petites portions d'images du soleil qu'il y aura de particules solides qui lui auront renvoyé des rayons ; mais ces petites portions d'image seront toutes d'une même couleur, & leur assemblage occasionnera l'idée de la présence d'un corps d'une certaine couleur déterminée par l'espece des rayons réfléchis, & d'une figure déterminée par celle de cet assemblage.

68. D'où il suit I°. *Que les corps d'une certaine couleur sont ceux qui absorbent presque toutes les différentes especes de rayons, & qui ne renvoyent guere que ceux d'une certaine espece.*

69. II°. Que *les nuances des couleurs dépendent de la combinaison des différentes especes de rayons réfléchis.*

70. III°. Que *donner à un corps une couleur ou une teinture, c'est ou arranger ses parties intérieures, ou seulement celles qui terminent sa surface, ou faire entrer dans tous ses pores une matiere étrangere, ou couvrir sa surface d'un Vernis, de sorte que par quelques moyens semblables, les rayons réfléchis par ce corps*

ne ſoient tous ou preſque tous que de la même eſpece; ou du moins que cette eſpece y domine par-deſſus toutes les autres.

71. Il ſuit encore de l'explication précédente de la Viſion & des Couleurs, qu'*un atôme de lumiere porte avec lui l'image du point lumineux d'où il eſt parti.* Si un rayon jaune parti du ſoleil rencontre un corps rouge, ou teint pour paroître rouge, ce rayon ne ſera pas réfléchi: il pénétrera le corps, il y ſera arrêté, ou bien il n'en ſortira qu'après avoir fait pluſieurs détours, qui l'empêcheront de parvenir à l'œil. Mais s'il rencontre un corps jaune, il ſe réfléchira ſans le pénétrer. Ce qui ne doit pas cependant ſe prendre ſi rigoureuſement, qu'un rayon jaune ne puiſſe être abſorbé par un corps jaune, ou réfléchi par un corps rouge; mais ſeulement qu'un faiſceau compoſé d'un très-grand nombre de rayons, jaunes par exemple, qui tomberont ſur un corps rouge, très-peu en ſeront réfléchis, en comparaiſon de ceux qui ne le ſeront pas.

ARTICLE V.

Des idées que la vue occaſionne dans notre ame.

72. ON vient de voir que nous ne nous appercevons de la préſence & de la figure des objets que par l'impreſſion que fait dans le fond de notre œil chaque image de ces objets lorſqu'elles s'y peignent; nous ne concluons de même leur grandeur, leur poſition, leur mouvement & leur diſtance, que par la nature de cette impreſſion, ou par certains jugemens auxquels nous nous ſommes accoutumés, quoiqu'ils ſoient ſouvent faux, & qu'ils ayent par conſéquent beſoin d'être redreſſés par le raiſonnement.

73. Il y a une certaine portée ordinaire de notre vue, qui eſt la diſtance à laquelle nous avons coutume de converſer, & de nous trouver dans le commerce de la vie. Lorſque des objets ſont à cette portée, il arrive que quoique les

dimenſions de leurs images dans notre œil changent prodigieuſement, pour peu qu'on s'approche ou qu'on s'éloigne de ces objets, nous ne nous appercevons pas qu'ils changent ſenſiblement de groſſeur. Hors de cette portée cependant, nous voyons les objets diminuer à meſure que nous nous en éloignons, & réciproquement. Par exemple, ſi je place mon œil ſucceſſivement à 2, à 4, à 6 pieds de diſtance d'un même homme, il eſt clair (Elem. 495) que les dimenſions de ſon image ſeront ſucceſſivement entr'elles à peu près comme 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & par conſéquent cet homme me devroit paroître plus petit dans le même rapport; puiſque nous ne devrions juger de ſa grandeur que par celle de ſes images. On ſait cependant qu'on ne s'apperçoit pas de cette diminution. Et pour faire voir que cela ne provient que de l'habitude, il ſuffit de conſidérer que ſi nous voyons devant nous un homme à la diſtance de 120 pieds, il ne nous paroît pas d'une petiteſſe frappante, telle qu'elle nous paroîtroit cependant ſi étant au bas d'une tour haute de 120 pieds, nous le voyions au ſommet. Ce qui vient ſans doute de ce que n'étant pas habitués de porter notre vue ſi perpendiculairement pour converſer, & que n'étant pas à portée de connoître par expérience ces ſortes de diſtances, nous ne ſommes plus dans le cas de juger comme à l'ordinaire; & alors nous déterminons le rapport des grandeurs des objets principalement par celui de leurs images dans notre œil.

74. Lors donc qu'un objet eſt à la portée ordinaire de notre vue, il paroît que nous ne jugeons de ſa grandeur & de ſa diſtance que par la connoiſſance que nous avons acquiſe par un uſage long & familier des dimenſions de tout ce que nous voyons entre notre œil & cet objet; & que ce jugement ne dépend pas des dimenſions de ſes différentes images dans notre œil, ou ce qui eſt le même des angles ſous leſquels nous voyons les dimenſions de cet objet. Que hors de cette portée, ou que lorſque quelque obſtacle nous cache abſolument les objets intermédiaires, comme quand nous regardons quelque objet au travers d'un Téleſ-

cope ou d'un Microfcope, ou feulement d'un très-petit trou percé dans un plan opaque, la grandeur & la diftance de cet objet nous paroiffent dépendre des différentes dimenfions de fon image dans notre œil, de forte que fi cette image eft groffie ou diminuée par quelque artifice optique, l'objet quoique fixe nous paroît changer de grandeur & de diftance, il nous paroît s'agrandir & s'approcher, ou diminuer & s'éloigner, comme on l'expliquera dans l'article fuivant.

75. Smith nous rapporte un fait d'après M. Cheffelden, fameux Anatomifte Anglois, qui éclaircira encore ceci. M. Cheffelden ayant fait voir que ceux qui ont une vraie cataracte fur les yeux, peuvent diftinguer le jour de la nuit, & les corps colorés de noir, de blanc & de rouge vif, lorfqu'ils font fort éclairés, fans cependant pouvoir affigner leur figure ; il dit qu'il avoit guéri un jeune homme de 13 ans, qui avoit une pareille cataracte ; qu'après cette opération, le jeune homme ne put reconnoître ces corps colorés lorfqu'il les vit ; les fauffes idées qu'il s'en étoit faites auparavant n'étant pas fuffifantes pour cela. Il ne pouvoit plus fe perfuader que les chofes qu'il avoit connues par leur nom fuffent les mêmes. Quand il commença à voir clair, il étoit fi peu en état de faire aucun jugement fur la diftance des objets, qu'il s'imaginoit les avoir tous fur fes yeux ; il ne pouvoit concevoir aucune ligne d'intervalle entre lui & les murs de fa chambre ; les objets lui parurent d'abord extraordinairement grands ; il ne pouvoit concevoir comment toute la maifon pouvoit être plus grande que fa chambre, quoiqu'il comprît fort bien que fa chambre n'étoit qu'une partie de la maifon. Il ne pouvoit porter aucun jugement fur la figure des corps, quoiqu'ils fuffent fort différents les uns des autres par leur forme & par leur grandeur; il ne pouvoit dire en quoi confiftoit le plaifir qu'il trouvoit en voyant chaque objet. Il fut fort embarraffé à la vue des peintures, & il fut deux mois à fe convaincre qu'elles ne faifoient que repréfenter des corps folides. Il ne tournoit pas d'abord les yeux vers les objets ; il fut même long-tems

à s'y habituer petit-à-petit. Il paroît donc que ce jeune homme n'a pû juger de la distance & de la figure des corps qu'après avoir remarqué plusieurs fois, & même après avoir acquis l'habitude de remarquer, non-seulement la différence des impressions causées par les changements de figure & de place des images dans son œil, mais encore le rapport constant entre les idées causées par certaines impressions, & les idées occasionnées par certains mouvements dans les organes du toucher : il n'a appris à tourner les yeux vers les objets, qu'après avoir remarqué que l'exactitude de ce rapport étoit plus frappante, lorsque l'œil étoit dans une certaine situation à l'égard de ces objets. Enfin il est facile d'imaginer qu'il n'a pû parvenir à faire de ses yeux l'usage ordinaire, qu'en contractant l'habitude de juger en un instant, que ce qui affectoit actuellement sa vue, devoit affecter ses autres sens de telle & telle maniere.

ARTICLE VI.

Des différentes apparences des objets vus de loin.

76. J'APPELLE *Angle optique*, celui qui est formé dans la prunelle de l'œil, par les deux rayons qui partent de chaque extrémité d'une des dimensions d'un objet.

77. I. PROP. *Les objets égaux ou inégaux, vus sous le même angle, paroissent égaux*, à moins qu'il n'y ait quelque cause particuliere qui en change les apparences.

Car, toutes choses d'ailleurs égales, nous ne pouvons juger de l'égalité ou de l'inégalité des objets que par celles des images qu'ils forment dans notre œil : or, si les dimensions de deux objets quelconques forment à la prunelle de notre œil des angles égaux, ils doivent former au fond de l'œil des images égales. Donc on les doit juger égaux.

78. II. PROP. *Les objets exposés de la même maniere à notre vue, paroissent diminuer de grandeur, à mesure qu'ils s'éloignent de notre œil.*

Car les dimensions de ces objets sont des bases constantes d'un triangle dont les côtés sont les distances de leurs deux extrémités à l'œil ; ces côtés augmentant à mesure que l'objet s'éloigne, leurs angles opposés doivent augmenter aussi, & par conséquent (Elem. 495) l'angle à l'œil opposé au côté constant, doit toujours diminuer & former dans l'œil des images plus petites à proportion.

79. COROLL. I. *Les grandeurs apparentes ou les angles optiques des objets sont en raison inverse de leurs distances à l'œil, lorsque ces angles sont petits.*

80. COROLL. II. *Les parties égales d'un objet fort grand, & hors de la portée ordinaire de la vue, ne paroissent pas égales.* Car les parties qui sont plus éloignées de l'œil, doivent soutendre des angles optiques plus petits & réciproquement.

81. COROLL. III. *Il se peut faire que la plus petite des deux parties d'un objet paroisse la plus grande des deux ;* si elle est exposée de sorte qu'elle soutende un plus grand angle optique.

82. III. PROP. *Les lignes paralleles étant prolongées à une grande distance paroissent concourir & former un angle à leurs extrémités.* Parce que les lignes qui mesurent leurs intervalles qui sont toujours égaux, soutendent des angles optiques qui deviennent de plus petits en plus petits ; & enfin insensibles, lorsqu'elles sont vues à une distance comme infinie : donc alors l'intervalle des lignes paralleles paroît nul vers leurs extrémités, & les paralleles paroissent concourir.

83. REM. De-là on voit 1°. *Pourquoi une tour fort élevée paroît comme panchée sur celui qui du pied en regarde le sommet.* Car si la tour est d'aplomb, le spectateur qui regarde en l'air, la compare à la ligne d'aplomb qui passe par son œil. Ces deux aplombs sont deux paralleles qui paroissent tendre à concourir ; donc l'aplomb de la tour, qui est couché sur son mur, paroît se rapprocher, dans sa partie supérieure, de l'aplomb de l'œil ; & par conséquent la tour paroît panchée, comme pour se renverser sur le spectateur. 2°. *Pourquoi la mer paroît s'élever d'autant plus qu'elle s'éloigne plus des côtes, & qu'on la voit d'un lieu plus élevé.* C'est par la

même raison ; on compare sa surface qui est le niveau, avec la ligne de niveau qui passe par l'œil du spectateur ; ces deux niveaux étant paralleles, semblent se rapprocher à mesure qu'ils s'éloignent de l'œil : ils s'en éloignent d'autant plus, qu'on voit une plus grande étendue de la mer, & cette étendue est d'autant plus grande, qu'on est plus élevé. 3°. *Pourquoi dans une longue galerie le plafond paroît aller toujours en baissant, & le parquet toujours en montant.* C'est qu'on compare l'un & l'autre à la ligne de niveau qui passe par l'œil, laquelle est au-dessus du niveau du parquet & au-dessous du niveau du plafond. 4°. *Pourquoi quand on marche parallélement à une avenue ou à un long mur, les parties qui sont à droite, paroissent tendre de plus en plus vers la gauche ; ou si on est entre deux murs ou deux rangs d'arbres, ces objets paroissent s'écarter les uns des autres à mesure qu'on en approche*, &c.

84. COROLL. *Une ligne de niveau qui est aussi au niveau de l'œil*, par exemple, un cordon de muraille, *paroît toujours de niveau, de quelque maniere qu'elle soit dirigée à l'égard de l'œil, mais d'autres lignes de niveau qui seroient au-dessus ou au-dessous de celles-là, doivent toujours paroître inclinées à l'horizon.*

85. IV. PROP. *La figure apparente d'un objet est déterminée par la situation des points de cet objet, qui peuvent envoyer des rayons à l'œil :* ce qui est évident.

86. COROLL. I. *Une ligne droite tellement disposée, qu'étant prolongée, elle passeroit par le centre de la prunelle perpendiculairement à la surface de l'œil, ne paroît que comme un point.* Car il n'y a que le point de son extrémité qui est vers l'œil, qui puisse y envoyer un rayon de lumiere.

87. COROLL. II. *Un plan tellement exposé que l'axe de l'œil étant prolongé, seroit couché dessus, ne paroît que comme une ligne.* Car alors il n'y a que la ligne qui forme la partie du contour du plan, exposée à la vue, qui puisse envoyer à l'œil des rayons de lumiere.

88. COROLL. III. *Un solide qui ne présente à l'œil qu'une de ses faces, paroît comme une simple surface.*

89. V. PROP. *Un œil qui est dans le plan d'une grande ligne*

quelconque fort éloignée, réguliere ou irréguliere, la voit comme un arc de cercle dont il est le centre.

Car puisque les points G, F, A, B, C, D, E, (Fig. 5) de la courbe irréguliere GFAE, sont dans le plan qui passe par l'œil placé en O, & qu'ils sont bien au-delà de la portée ordinaire de la vue, l'œil ne peut juger quels sont les points plus proches; il ne peut distinguer la différence entre OP & OD, parce qu'elle est fort petite à l'égard d'une de ces deux droites; & par conséquent n'ayant aucun moyen de juger de l'inégalité de ces deux rayons, il est porté à les croire égaux, il en est de même des autres. Il doit donc s'imaginer au centre d'un cercle dont tous ces points sont à la circonférence.

90. Rem. Si les différences étoient extrêmement inégales, on pourroit découvrir quelles sont les parties les plus proches par la vivacité de la lumiere, ou par leur grosseur. Et si l'œil étoit fort éloigné du plan de cette courbe, il pourroit aussi s'appercevoir de ses inégalités; les lignes DP, BL, FI, n'étant pas infiniment petites par rappott à OD, OB, OF, & étant d'ailleurs exposées plus directement à la vue que lorsque l'œil est dans leur plan, elles deviendroient sensibles.

91. Coroll. *Une petite ligne irréguliere, vue de loin, comme* ABCDE, *doit paroître une ligne droite;* car elle doit paroître comme un arc de fort peu de degrés.

92. C'est pour cela 1°. que lorsqu'on est dans une grande plaine terminée irréguliérement, on croit toujours être au centre d'un cercle, les objets élevés & éloignés paroissent être tous à la circonférence. 2°. On s'imagine qu'on n'avance guere quoique l'on marche toujours, parce qu'on se voit toujours au centre. 3°. Le ciel nous paroît comme une sphere creuse dans l'axe de laquelle notre œil est situé, & tous les astres sont comme attachés à sa circonférence. 4°. Les grandes villes & les forêts paroissent terminées en amphithéâtre, lorsqu'on les voit de loin, &c. 5°. Une sphere fort éloignée comme le Soleil & la Lune, ne nous paroît que comme une surface plane circulaire. 6°. Un Polyhedre taillé à facet-

tes, paroît comme un globe, vu d'une distance médiocre; & vu de loin, comme un cercle. 7°. Une tour quarrée ou polygone paroît ronde, ou même plate, si on la voit de bien loin. 8°. On n'apperçoit pas qu'un globe, qu'on voit même d'assez près, tourne sur son axe, s'il tourne uniformément, à moins qu'il n'y ait quelque tache sur sa surface, & que le globe ne tourne assez lentement.

93. VI. PROP. *Un œil placé dans l'axe élevé perpendiculairement au plan, & par le centre d'un polygone régulier, voit que ce polygone est régulier; mais s'il est hors de cet axe, il lui paroît irrégulier.*

Car les rayons tirés de tous les angles du polygone à l'œil placé dans l'axe, formeront une pyramide droite à base réguliere, dont par conséquent tous les angles qui composeront l'angle solide du sommet seront égaux, & tous les apothêmes aussi égaux; donc les côtés du polygone paroîtront à l'œil sous des angles égaux, & posés tous de la même maniere. Mais si l'œil est placé hors de l'axe, les côtés égaux du polygone régulier en seront inégalement éloignés, & paroîtront par conséquent inégaux & différemment posés.

94. COROLL. *Un polygone régulier vu obliquement, paroît allongé, & un cercle paroît comme un ovale.* Parce que les parties plus éloignées de l'œil paroissent plus petites, & plus rétrécies, les plus proches plus larges & plus étendues: donc les diagonales paroissent plus courtes dans un sens, plus longues dans l'autre.

95. REM. L'objet de la perspective est de représenter géométriquement toutes les apparences expliquées dans les propositions précédentes.

96. VII. PROP. *Les objets situés sur un terrein exposé à notre vue, paroissent d'autant plus sombres & confus qu'ils sont plus éloignés. Au contraire ils paroissent avec des couleurs d'autant plus vives & d'autant plus distinctement qu'ils sont plus proches.*

La principale raison de cette apparence, est que la vue distincte & la vivacité des couleurs dépendent de l'intensité de la lumiere, laquelle décroît à mesure que l'objet

s'éloigne, par l'interposition de l'air grossier compris entre l'objet & l'œil.

97. C'est pour cela 1°. que les objets un peu élevés au-dessus du terrein, tels que ceux qui sont sur le sommet des hautes montagnes, se voyent bien plus distinctement que ceux qui sont au pied, parce que l'air est d'autant moins grossier, & plus dégagé de vapeurs, qu'il est plus élevé au-dessus du terrein. 2°. Que par le moyen du clair & de l'obscur adroitement ménagés, les Peintres font saillir les objets & leur donnent du relief.

98. VIII. PROP. *Les objets qui paroissent sombres & confus, paroissent aussi plus éloignés.*

La raison en est qu'étant accoutumés à ne voir que confusément les objets éloignés, nous jugeons éloignés ceux que nous ne voyons que confusément.

99. REM. S'il arrive, par quelque cause que ce soit, qu'un objet hors de la portée ordinaire de la vue, mais à la grosseur duquel notre œil est accoutumé, devienne seulement plus sombre & plus confus, nous jugeons aussi-tôt qu'il est aussi plus éloigné; & comme il est resté à la même distance, & que par conséquent il forme dans notre œil une image qui n'est pas devenue plus petite, nous jugeons qu'il faut qu'il soit devenu plus gros.

100. De-là on voit facilement 1°. pourquoi pendant la nuit les feux clairs paroissent plus près qu'ils ne sont. 2°. Pourquoi les phantômes de nuit, ou même les objets proches de ceux qui voyagent de nuit, comme les arbres & les maisons, paroissent fort gros, & ces objets paroissent plus loin qu'ils ne sont réellement. 3°. Pourquoi le Ciel nous paroît comme une voûte surbaissée; car la lumiere des astres étant d'autant plus foible (20) qu'ils sont plus près de l'horizon, les astres paroissent d'autant plus éloignés de nous qu'ils sont moins élevés sur l'horizon; ainsi on a trouvé par expérience que la distance apparente de notre œil à l'horizon est à-peu-près triple de la distance apparente au Zénith. Ce surbaissement apparent est tel qu'en voulant assigner à l'estime de la vue un point dans le Ciel qui soit au milieu

milieu entre le Zénith & l'horizon, nous le prenons vers 23 ou 24 degrés de hauteur ; au lieu que si le Ciel nous paroissoit parfaitement hémisphérique, ce point devroit être à 45 degrés de hauteur. 4°. C'est encore pour cela que le Soleil & la Lune, en se levant, paroissent à la vue très-gros; qu'ils diminuent à mesure qu'ils s'élevent sur l'horizon, quoiqu'en mesurant leurs diametres avec des instrumens astronomiques, on éprouve tout le contraire. Soit A E l'horizon, (F. 6.) O le lieu de l'Observateur : le Soleil à différens degrés de hauteur dans le Ciel, en B C, D H, F G; AMRE la figure apparente du Ciel; il est clair qu'en quelque endroit que soit le Soleil dans le cercle A H G E, dont O est le centre, son diametre paroît sous les angles égaux B O C, D O H, F O G. Mais à cause de la figure surbaissée du Ciel, le Soleil paroît en K I, lorsqu'il est réellement en B C; en P N & en T S, lorsqu'il est en D H & en F G; & il semble dans ces lieux apparens être beaucoup plus petit, quoique son diametre soit mesuré par les angles I O K, P O N, T O S égaux aux vrais angles B O C, D O H, F O G.

101. IX. PROP. *Les objets paroissent d'autant plus éloignés & plus gros, qu'on voit un plus grand nombre d'objets & une plus grande étendue de terrein entre l'œil & ces objets ; & réciproquement ils paroissent d'autant plus près & plus petits, qu'on voit moins d'objets & de terrein entr'eux & l'œil.*

Car cette grande quantité d'objets & de terrein intermédiaire donne l'idée d'une grande distance, & par conséquent d'une grosseur d'autant plus considérable, & réciproquement.

102. C'est pour cela 1°. que l'horizon paroît contigu au Ciel, parce qu'on ne voit rien entre l'horizon & le Ciel. 2°. Que lorsque l'on ne voit pas un grand vallon qui se trouve dans une plaine, les objets qui sont au-delà de ce vallon, paroissent tout près de nous ; ils ne nous paroissent éloignés que lorsque nous arrivons sur le bord du vallon. 3°. Que le soir on voit que des objets un peu élevés & bien exposés à notre vue paroissent fort loin & gros ; parce que la nuit empêchant de juger de leur distance, par la quantité de

terrein compris entr'eux & l'œil, on croit ces objets à l'horizon, & par conséquent fort gros & fort loin.

103. X. PROP. *Si deux objets inégalement éloignés de l'œil, parcourent des espaces paralleles & égaux dans un même tems, le plus éloigné paroîtra aller plus lentement, & le plus proche aller plus vîte* : ce qui est évident ; parce que l'espace décrit par l'objet le plus éloigné, soutendra à l'œil un angle plus petit.

104. REM. Si les directions des vîtesses ne sont pas paralleles, il se pourra faire que le corps le plus proche paroisse aller plus lentement, quoiqu'il aille réellement plus vîte ; parce que l'espace qu'il parcourt, peut être si oblique aux rayons visuels, qu'ils forment à l'œil des angles plus petits que les espaces plus petits décrits par le corps plus éloigné, mais exposés plus directement à la vue.

105. XI. PROP. *Un objet mû avec une vîtesse quelconque paroît immobile, si à chaque seconde de tems il décrit un espace qui ne fasse dans l'œil qu'un angle de 15 à 20 secondes.*

Ceci est évident par l'expérience que nous avons, que les astres paroissent n'avoir aucun mouvement sensible à la vue, quoiqu'à chaque seconde de tems plusieurs d'entr'eux décrivent des espaces qui font dans notre œil un angle de 15 secondes.

C'est par la même raison que sur le cadran d'une montre de poche, le mouvement de l'aiguille des heures & même celui de l'aiguille des minutes, sont insensibles.

106. REM. On peut estimer le rapport de l'espace réel à la distance de l'œil, pour que le mouvement soit insensible, comme 1 à 1200 ; c'est-à-dire, qu'un corps qui dans une seconde de tems ne décrit qu'un espace égal à $\frac{1}{1200}$ de sa distance à l'œil, paroît immobile, parce que cet espace ne fait à l'œil qu'un angle de 17 secondes 12 tierces.

107. Par une raison contraire, *un objet qui se meut avec une vîtesse extrême, comme une bale de mousquet, devient invisible* ; parce qu'il ne reste pas assez de tems dans chaque endroit pour que la vue puisse s'y arrêter & l'appercevoir.

108. XII. PROP. *Deux ou plusieurs objets mus en même*

sens, & avec une égale vîtesse apparente, paroissent immobiles en les comparant à un objet fixe; & cet objet fixe paroît se mouvoir en un sens contraire, avec une vîtesse égale à celle de ces objets en mouvement.

Car deux ou plusieurs objets qui sont mûs en même sens avec une même vîtesse apparente, paroissent ne pas changer de place à l'égard l'un de l'autre; & comme en changeant réellement de place, ils changent de situation par rapport à l'objet fixe, & répondent successivement à différentes parties de cet objet, il paroît que c'est cet objet fixe qui va en sens contraire avec la même vîtesse.

109. C'est pour cela 1°. que dans un carrosse ou dans un vaisseau, on s'imagine rester en une même place, & que les objets voisins vont en sens contraire: cette illusion est d'autant plus forte que le vaisseau est plus grand; car alors toutes les parties de ce vaisseau qui environnent le spectateur, en très-grand nombre & à différentes distances de son œil, à l'égard duquel elles gardent toujours une même situation, ne doivent pas paroître changer de place, ni se mouvoir. En effet, le spectateur ne remuant pas la tête, les images que toutes les parties du vaisseau exposées à sa vue, forment dans son œil, n'y changent pas de place; elles occupent toujours les mêmes places dans le fond de son œil, par conséquent les parties de ce vaisseau doivent non-seulement paroître réellement fixes, mais même propres à y comparer les autres objets visibles, pour voir s'ils sont fixes aussi. Or, à cause du mouvement réel du vaisseau, tous les objets qui sont fixes en dehors, doivent à tout moment changer de distance & de situation par rapport à l'œil du spectateur; donc les images de ces objets parcourent successivement différentes places dans son œil; donc ce sont ces objets qui doivent paroître avoir tous les mouvemens du vaisseau.

110. C'est par une semblable illusion que nous sommes portés à croire que le Soleil & tous les astres tournent autour de la terre en 24 heures, & que la révolution du Soleil en un an se fait réellement autour de la terre.

111. 2°. Quand les nuages vont fort vîte, la Lune paroît aller très-vîte dans le sens opposé, & les nuages paroissent tranquilles, parce qu'ils avancent tous ensemble d'un même côté, avec une même vîtesse.

112. PROB. *Etant donnés de position le lieu* S, (Fig. 7.) *où le Spectateur se croit immobile, tant de points* A, B, C, *qu'on voudra de la route réelle d'un mobile dans un plan quelconque, avec les points* a, b, c, *où l'œil du Spectateur se trouve réellement aux mêmes instans, déterminer la route apparente de ce mobile.*

Ayant tiré les droites A*a*, B*b*, C*c*, menez-leur par le point S, les paralleles & égales Sα, Sβ, Sγ, & les points α, β, γ, seront ceux par où passera la route apparente du mobile. Car, par exemple, la droite Sα étant égale & parallele à A*a*, le point α est situé de la même maniere & à la même distance du point S, que le point A par rapport au point *a*. Donc le Spectateur imaginant avoir son œil en S, doit conséquemment imaginer que l'objet est en α. Il en est de même des autres points β, γ, &c.

113. COROLL. I. *Le vrai lieu & le lieu imaginaire de l'œil, le vrai lieu & le lieu apparent de l'objet, forment toûjours un parallelogramme.* Le vrai lieu de l'objet & le lieu imaginaire de l'œil sont toujours aux angles opposés; le lieu apparent de l'objet & le vrai lieu de l'œil sont aux deux autres angles opposés; ce qui fait que l'*objet paroît toujours dans une situation opposée à celle du vrai lieu de l'œil du Spectateur.*

114. COROLL. II. *Si l'objet est immobile en* A, *sa route apparente* $\alpha\beta\gamma$ (Fig. 8.) *est une ligne égale à la route réelle de l'œil, & située dans un plan parallele.*

Car à cause des parallelogrammes *a*α, *b*β, *c*γ, dont S A est une diagonale commune, & en même tems une intersection commune de leurs plans, & dont les bases S*a*, S*b*, S*c*, sont situées sur un même plan, qui est celui de la route de l'œil, leurs paralleles & égales Aα, Bβ, Aγ, doivent être aussi dans un même plan parallele au plan de la route de l'œil du Spectateur, & former les angles α A β, β Aγ, égaux aux angles *a*S*b*, *b*S*c*. Donc les points α, β, γ, doivent être dans une ligne égale à la ligne *abc*, & dans

un plan parallele, mais dans une situation renversée. Ou si l'objet est placé dans le plan de la route de l'œil, la route apparente de l'objet est aussi dans ce plan.

115. COROLL. III. *Si l'objet est immobile & placé dans le lieu où le Spectateur imagine son œil, l'objet paroît à l'extrémité d'un rayon égal & dans la même direction que le rayon tiré du vrai lieu de l'œil à son lieu imaginaire.* Ainsi si l'œil tourne dans un cercle dont l'objet occupe le centre, & où le Spectateur s'imagine être, l'objet paroît décrire le même cercle, mais dans le point diamétralement opposé à celui où est l'œil du Spectateur, & par conséquent avoir la même vîtesse que l'œil.

116. REM. Les objets terrestres qui nous environnent de tous côtés, & qui sont fixes à notre égard, quoiqu'ils soient réellement emportés avec nous autour du Soleil, nous portent à imaginer que nous sommes en repos au centre du monde, que le Soleil tourne autour de nous quoiqu'il soit véritablement fixe; & que les planetes qui tournent autour du Soleil, décrivent des courbes fort singulieres, dans lesquelles ces corps vont tantôt d'Orient en Occident, & tantôt d'Occident en Orient, quoique leur mouvement réel ne se fasse jamais que d'Occident en Orient: or par le problême précédent, on peut représenter sur un plan tous ces mouvemens apparens. Car si on décrit deux cercles concentriques l'un pour représenter l'orbite de la terre, l'autre pour représenter l'orbite d'une planete, comme de Jupiter, par exemple; si les rayons de ces deux cercles sont dans le rapport des distances du Soleil à la terre & à la planete, c'est dans cet exemple comme 1 à 5 : si enfin ces deux cercles sont divisés dans le rapport des vîtesses de la terre & de la planete, lequel est dans cet exemple comme 12 à 1, comme si on divisoit le cercle de la terre de 12 en 12 degrés, & celui de Jupiter de degrés en degrés : alors en marquant les divisions consécutives de l'orbite de la terre par *a*, *b*, *c*, &c. & celles de l'orbite de Jupiter par A, B, C, &c. (en commençant par les points qu'on voudra), mettant S au centre commun de ces deux cer-

cles, il sera facile de trouver tous les points de la courbe apparente décrite par Jupiter, & par conséquent de rendre raison de toutes les bizarreries apparentes de ses mouvemens.

117. XIII. PROP. *Les objets dont les images se peignent sur les parties du fond de chaque œil, qui ne sont pas homologues, paroissent doubles.*

Les objets paroissent simples, quoique vus avec deux yeux, parce que les deux impressions égales faites sur deux fibres homologues & également tendus, ne font sensiblement qu'une même impression, ou, ce qui paroît établi par un grand nombre d'expériences, l'ame ne fait attention qu'à une seule de ces deux impressions égales & simultanées. Si les deux images se font sur des fibres qui ne sont pas homologues, les deux impressions seront différentes, & donneront par conséquent l'idée de deux objets.

118. REM. Les deux images se font sur des fibres homologues, lorsqu'on regarde un objet des deux yeux par des rayons qui sont sensiblement paralleles, ou bien lorsque l'on tourne les deux yeux de la même maniere vers l'objet. De-là il arrive que si on a un objet trop près des yeux, il paroît double, parce qu'on ne peut le regarder qu'en inclinant beaucoup les axes de la vision; l'œil gauche voit cet objet à droite, & l'œil droit à gauche, parce que ces deux axes sont inclinés de ces côtés. De même si on contourne les yeux d'une maniere différente, les objets paroissent doubles, parce que les impressions des objets s'y font en différens endroits. Les personnes yvres voyent souvent les objets doubles, parce que tous les fibres de leurs nerfs & de leurs muscles, sont tellement relâchés qu'ils ne peuvent leur donner les mêmes mouvemens que lorsqu'ils ne sont pas en cet état; & par conséquent ils ne peuvent souvent tenir leurs yeux dirigés de la même maniere à un objet. C'est aussi ce qu'on reconnoît facilement en regardant leurs yeux.

119. Dans les passions excessives, comme dans la fureur, on voit quelquefois les objets doubles, parce qu'on n'est plus libre de tourner les yeux comme on veut.

SECONDE PARTIE,

Qui contient la Catoptrique & la Dioptrique.

CHAPITRE PREMIER.

Notions générales sur la Catoptrique & la Dioptrique.

ARTICLE PREMIER.

Des Images & des Foyers.

120. A Cause de l'extrême petitesse des atomes lumineux, il est clair qu'un rayon seul ou même un petit nombre de rayons ne peuvent faire une impression sensible sur l'organe de la vue, dont les fibres sont très-grossiers, en comparaison des rayons de lumiere. Il faut donc un grand nombre de rayons partis d'une même portion de la surface d'un corps, pour rendre cette portion visible. Mais comme les rayons de lumiere partis d'un même point, vont en s'écartant toujours les uns des autres (8), il a fallu imaginer des moyens de les rapprocher, de les réunir en un point donné, même de les écarter à volonté : ce sont ces moyens qu'enseignent la Dioptrique & la Catoptrique; elles y emploient les verres & les miroirs.

121. On peut donc à l'aide des verres & des miroirs réunir en un même point sensible, un très-grand nombre de rayons partis d'un même point d'un objet : & parce que chaque rayon porte avec lui l'image du point d'où il est parti (34), tous ces rayons réunis en un point ne peuvent manquer d'y former une image du point de l'objet d'où ils

sont partis, cette image est d'autant plus vive, qu'il y aura plus de rayons réunis; & d'autant plus distincte, qu'ils auront mieux conservé dans leur réunion l'ordre dans lequel ils sont partis; elle est si sensible, qu'en plaçant un plan poli & blanchi à l'endroit où la réunion s'est faite, on la voit peinte avec toutes ses couleurs, sur tout si le lieu où l'expérience se fait, ne reçoit point d'autre lumiere.

122. Le point de réunion des rayons de lumiere formée par le moyen d'un verre ou d'un miroir, s'appelle *le foyer* de ce verre ou de ce miroir. Si cette réunion est réelle, le foyer s'appelle *foyer réel*, ou simplement *foyer*: c'est le lieu où se fait l'image de l'objet qui envoie la lumiere, & vers lequel l'objet paroît être réellement, si plusieurs des rayons qui se sont croisés en passant par ce foyer, viennent à entrer dans un œil. Si ce point de réunion n'est autre chose qu'un point auquel tendent toutes les nouvelles directions qu'on a fait prendre à des rayons qu'on a dispersés par le moyen d'un verre ou d'un miroir, ce point s'appelle *foyer imaginaire*. C'est aussi le lieu vers lequel l'objet paroît être réellement, lorsque plusieurs des rayons qui ont été dispersés, entrent dans un œil en assez grande quantité, pour y former une image sensible de l'objet. Car un objet paroît toujours être vers l'endroit d'où sa lumiere paroît venir à notre œil. (21).

123. De ce que chaque rayon porte avec lui l'image de l'objet d'où il est parti, il suit que *si des rayons après s'être entrecoupés, & avoir formé une image à leur intersection, se trouvent encore réunis par quelque réfraction ou réflexion, ils y forment encore une nouvelle image; & ainsi de suite, tant que leur ordre ne sera pas confondu*: on peut donc former autant d'images d'un même objet qu'on pourra réunir de fois les rayons qui en sont partis, sans les confondre.

124. Il suit encore que *tant qu'il ne s'agira que de la marche des rayons lumineux, on peut regarder l'image comme l'objet, & l'objet comme l'image; & même une seconde image; comme si la premiere image eût été l'objet qui l'eût produite, & ainsi de suite.*

125. Si les rayons d'un faiſceau ſont inclinés les uns aux autres, on les appellera *divergens* ou *convergens*, ſelon qu'on les conſidérera comme s'écartans d'un point de réunion, ou ſe rapprochans pour ſe réunir : d'où l'on voit qu'un foyer eſt le paſſage de la convergence à la divergence, & réciproquement.

ARTICLE II.

Loix ou Principes tirés de l'expérience, ſur leſquels on fonde les démonſtrations de la Dioptrique & de la Catoptrique.

126. I. Loi. *Tout rayon lumineux qui traverſant un milieu, en rencontre un autre de différente denſité ou de différente nature, change de direction : s'il ne peut pénétrer ce milieu, il ſe réfléchit à ſa ſurface ; s'il peut le pénétrer, il ſe briſe ou ſe réfracte en y entrant.*

Soit AC (Fig. 9) un rayon qui tombe de l'air ſur la ſurface PQ d'un morceau ſolide de glace PS : par le point C (où la ſurface du nouveau milieu eſt rencontrée par le rayon AC, & qu'on appelle à cauſe de cela *le point d'incidence*,) élevez la droite MD, perpendiculaire à la ſurface, (on l'appelle quelquefois le *cathete d'incidence*, & l'angle ACM ou ſon égal DCB, s'appellent l'*angle d'incidence.*) Si le rayon *incident* AC, trouve quelque obſtacle qui l'empêche de pénétrer dans le verre, il change de direction en ſe réfléchiſſant, & il prend ſa route le long de CI : & alors l'angle MCI, s'appelle l'*angle de réflexion.* Mais ſi le rayon incident AC peut entrer dans le verre, au lieu de ſuivre ſa premiere direction CB, il ſe détourne ou ſe réfracte en prenant ſa route le long de CT. Alors l'angle DCT, s'appelle l'*angle briſé*, & l'angle TCB, s'appelle l'*angle de réfraction* ; CT s'appelle *le rayon briſé* ou *réfracté*, BE *le ſinus de l'angle d'incidence*, & TH *le ſinus de l'angle briſé.*

127. II. LOI. *Un point lumineux qui à la rencontre de différentes surfaces ou milieux auroit souffert toutes les réflexions, réfractions, inflexions, &c. qu'exigent la nature de ces milieux & la position de leurs surfaces, rebrousseroit précisément par la même route & avec la même vîtesse, s'il se trouvoit un obstacle qui l'obligeât de prendre une direction précisément opposée.*

Ainsi un rayon T C qui traverseroit le verre P S, rencontrant sa surface P Q, prendroit sa route le long de C A : ou ce qui revient au même, un rayon A C qui se feroit brisé en C T, & qui seroit repoussé en T, dans la direction T C, sortiroit du verre en prenant la direction C A.

128. III. LOI. *L'angle de réflexion ou de réfraction est dans le même plan que l'angle d'incidence, & ce plan est perpendiculaire à la surface du milieu* : car sa position est déterminée par le cathete d'incidence, qui est perpendiculaire à cette surface.

129. IV. LOI. *Le sinus de l'angle de réflexion ou de réfraction d'un rayon, est dans un rapport constant avec le sinus de son angle d'incidence.*

Dans la réflexion ce rapport est celui d'égalité. Selon toutes les expériences, la différence est insensible.

130. Le rapport du sinus de l'angle brisé au sinus de l'angle d'incidence est, lorsque le point lumineux passe de l'air dans l'eau de pluie, à-peu-près comme 3 à 4, ou plus exactement comme 3 à 4, 0076 : de l'air dans le verre, comme 2 à 3, ou plus exactement comme 20 à 31 : du verre dans l'eau, comme 8 à 9, &c. & réciproquement le sinus de l'angle brisé est à celui de l'angle d'incidence, dans le passage de l'eau dans l'air, comme 4 à 3 : du verre dans l'air, comme 3 à 2, &c.

131. COR. I. *Lorsqu'un rayon incident est perpendiculaire à la surface du milieu qu'il rencontre; ou il se réfléchit sur lui-même, ou il traverse le milieu sans se briser.* Car alors le sinus de l'angle d'incidence étant $= 0$, le sinus de l'angle de réflexion ou de l'angle brisé est $= 0$: ou ce qui est le même, le rayon reste toujours confondu avec le cathete d'incidence.

132. COR. II. *Sous quelque angle d'incidence qu'un rayon*

rencontre un milieu pénétrable à la lumiere, il peut toujours être réfléchi, s'il ne le pénetre pas; mais lorsque le sinus de l'angle d'incidence doit, par la nature du milieu, être plus petit que le sinus de l'angle brisé, le rayon ne peut pas toujours pénétrer ce milieu en se réfractant; ou ce qui est le même, *il y a toujours certaines limites dans les angles d'incidence, au-delà desquelles un rayon ne peut plus être réfracté, ni par conséquent sortir du milieu dans lequel il est, pour entrer dans celui qu'il rencontre.* Car si un point lumineux tombe de l'air sur une surface d'eau, avec un rayon d'incidence de près de 90°, l'angle de réfraction sera d'environ 48° $\frac{1}{2}$, puisqu'alors le sinus total ou le sinus d'incidence, est au sinus de l'angle brisé comme 4 à 3; ce qui donne cet angle brisé d'environ 48° $\frac{1}{2}$: Donc si un rayon avoit à passer de l'eau dans l'air sous un angle d'incidence de 48° $\frac{1}{2}$, il doit sortir de l'eau en rasant sa superficie, & sous un angle brisé d'environ 90°: mais si ce rayon avoit à passer sous un angle d'incidence de plus de 48° $\frac{1}{2}$, le sinus de son angle brisé devroit être plus grand que le sinus total; ce qui est impossible. Il est donc impossible que le rayon sorte; & l'expérience apprend que ce rayon se réfléchit alors sur la surface commune de l'air & de l'eau, & reste dans l'eau. On peut faire le même raisonnement pour les autres milieux, & déterminer les limites des réfractions possibles par le rapport donné des sinus des angles d'incidence & de réfraction.

Nous ne parlerons dans la suite que des surfaces planes ou sphériques, parce que ce sont les seules qui soient en usage dans la pratique des Arts.



CHAPITRE II.

De la Catoptrique.

ARTICLE I.

Des Images ou Foyers par réflexion.

133. PROBL. *E*TANT *donnés un point ou objet quelconque* O, *ſitué ſur l'axe* AO *d'un miroir ſphérique quelconque* MAB *concave* (Fig. 10 & 11) *ou convexe* (Fig. 12), *& un rayon incident* OM *infiniment proche de l'axe* AO, *trouver le point* F *de l'axe par où paſſe le rayon réfléchi au point* M.

SOLUTION. Tirez au centre C, de la ſurface ſphérique ; la droite MC, laquelle étant (Elem. 459) perpendiculaire à la ſurface du miroir, au point d'incidence M, eſt le cathete d'incidence. L'angle OMG ou CME, eſt donc l'angle d'incidence ; & en faiſant CMF = OMG, le rayon réfléchi eſt MD, qui va rencontrer l'axe OA en F.

Pour trouver une expreſſion analytique de AF, ou de ſon égale MF, (puiſque OM & OA ſont infiniment proches) : ſoit OA ou MO, diſtance de l'objet au miroir, $= \pm d$; ($+d$ quand le miroir eſt concave, & $-d$ quand il eſt convexe : ces ſignes ſont ainſi déterminés par la poſition du rayon incident OM, à l'égard du demi-diametre AC du miroir :) ſoit $AC = r$, & FA ou $FM = f$. On a donc $FC = r - f$ (Fig. 10 & 12) ou $= f - r$ (Fig. 11), & $CO = -r + d$ (Fig. 10) ou $= r - d$ (Fig. 11) ou $= r + d$ (Fig. 12). Or (Elem. 560) CO : CF :: MO : MF : ou (Fig. 10 & 11) $\mp r \pm d : \pm r \mp f :: d : f$; d'où on tire la formule génerale pour les miroirs concaves $f = \frac{dr}{2d - r}$. Et dans la (Fig. 12), dans le triangle CMO,

on a (El. 746) CO : MO : : ſin CMO ou FMC : ſin MCO ou MCF ; or dans le triangle FMC, on a auſſi ſin FMC : ſin MCF : : CF : FM : donc CO : CF : : MO : MF, ou $r+d$: $r-f$: : d : f : d'où on déduit la formule des miroirs convexes $f=\frac{dr}{2d+r}$. De ſorte que la formule générale pour toutes ſortes de miroirs ſphériques eſt $f=\frac{dr}{2d\mp r}$.

134 REMARQUE I. Cette formule ne donne exactement la valeur de AF qu'autant que le rayon incident OM eſt très-proche de l'axe OA, ou que la ſurface AM du miroir compriſe entre le rayon incident & l'axe AO, qui paſſe par l'objet O, eſt une plus petite partie de la ſurface totale de la ſphére : ainſi MF (Fig. 10 & 13.) étant toujours (Elem. 546) plus grand que AF, plus le rayon incident OM tombe loin du point A, plus le rayon réfléchi MF va rencontrer l'axe AF proche du point A.

135. REM. II. On peut à l'aide de la Trigonométrie rectiligne calculer rigoureuſement la valeur de AF, en connoiſſant celle de l'arc AM. Car dans le triangle OCM, on connoît OC, CM, & l'angle MCO meſuré par AM : on peut donc (Elem. 760) en conclure les angles COM, CMO & le côté MO. Enſuite dans le triangle FMO on a MO, l'angle FOM, & l'angle FMO double (ou ſupplément du double, Fig. 12) de l'angle CME ; on aura donc par le calcul le côté OF, & par conſéquent AF.

Si le rayon incident OM étoit parallele à l'axe OA ; c'eſt-à-dire, ſi l'objet étoit à une diſtance infinie, l'angle EMC ſeroit égal à l'angle FCM, & le triangle CMF ſeroit iſoſcele, ſes deux angles égaux étant meſurés chacun par l'arc AM. Soit, par exemple, CM = 6 pieds, & l'arc AM de 1 degré, on trouvera FA de 2,99964 pieds. Si AM eſt de 10 degrés, on aura AF de 2,95372 pieds : ſi AM eſt de 30 degrés, alors AF eſt de 2,53589 pieds.

136. COROL. I. Puiſque toute la lumiere qui part de l'objet O, & qui tombe ſur le miroir à peu de diſtance du point A, va dans les miroirs concaves paſſer par le point F

de l'axe, ou du moins fort près de ce point F, il suit de-là qu'il doit se former au point F une image sensible de l'objet O. Dans les miroirs convexes la réflexion disperse les rayons qui partent du point O, & les dirige de sorte qu'ils concourent au point F, & que la lumiere réfléchie qui entre dans l'œil fait voir l'objet vers F.

137. COROLL. II. Puisque l'image de l'objet O est placée sur l'axe de la sphere qui passe par ce point O, il suit que s'il se rencontre quelque obstacle qui empêche de tirer une droite de l'objet au centre de la sphere, il ne peut se former d'image de l'objet. De même, dans quelque endroit qu'un œil se place pour voir son image dans un miroir, il ne la voit que dans une ligne qui passe par le centre du miroir.

138. REM. III. Si l'objet O envoie des rayons de lumiere en assez grande quantité pour exciter une chaleur sensible sans être réunis, tels que sont ceux du Soleil, d'un flambeau, d'un charbon, &c. il est clair qu'étant réunis par le moyen d'un miroir concave, ils doivent produire une chaleur proportionnelle à leur densité & à la chaleur particuliere des rayons incidens. Et c'est là d'où vient le nom de *foyer* au point de réunion.

ARTICLE II.

Du Lieu, de la Situation, & de la Marche des Images par Réflexion.

139. EN faisant différentes suppositions sur les différentes distances auxquelles un objet exposé à la surface réfléchissante d'un miroir sphérique, peut en être éloigné, on trouvera facilement le lieu de son image par le moyen de la formule générale de l'article précédent. Supposons donc un objet qui étant placé sur la surface d'un miroir, s'en écarte ensuite jusqu'à l'infini. . . . . .

140. I°. *Quand la distance au miroir est infiniment petite, l'image est infiniment proche derriere le miroir.* Car à cause de $\pm d = \frac{1}{\infty}$, $f = \frac{dr}{2d \mp r}$ devient $f = \frac{1}{\mp \infty}$. Le signe — fait voir que pour le miroir concave l'image est du côté opposé à la direction du demi-diametre de concavité qu'on a supposé $= + r$: & par conséquent elle est derriere le miroir : & le signe + fait voir que pour le miroir convexe, l'image est du côté du centre de convexité, dont le demi-diametre a été supposé $= + r$. Et comme il est évident que quelque valeur qu'on suppose à d dans la formule $f = \frac{dr}{2d + r}$, la valeur de f ne peut devenir négative, il suit que *dans le miroir convexe, l'image est nécessairement du côté du centre de convexité, à quelque distance qu'on suppose l'objet* : ce qu'il faut remarquer pour toute la suite de cet article.

141. II°. *A mesure que la distance de l'objet au miroir croît depuis* 0 *jusqu'à une quantité égale au quart de l'axe de sphéricité ou à la moitié du demi-diametre, l'image s'éloigne derriere le miroir. Dans le concave, elle s'éloigne depuis* 0 *jusqu'à* ∞, *& dans le convexe depuis* 0 *jusqu'à* $\frac{1}{8}$ *de l'axe.* Car 1°. en supposant d plus petit que $\frac{1}{2}$ r, ou $2d$ plus petit que r, on voit que $2d - r$ est une quantité négative ; donc dans le miroir concave f est aussi négatif, & l'image derriere le miroir. 2°. Mais si on fait $d = \frac{1}{2} r$, la formule du miroir concave devient $f = \frac{\frac{1}{2} rr}{0} = \infty$, ce qui fait voir que *l'objet étant placé à une distance égale au quart de l'axe, l'image en est infiniment éloignée* ; ou ce qui est la même chose, *les rayons de lumiere qui vont de l'objet au miroir, s'y réfléchissent parallélement entr'eux ;* ils ne peuvent par conséquent se réunir qu'à une distance infinie du miroir. Mais parce qu'on n'a pas plus de raison de supposer que des paralleles se réunissent à l'infini, plutôt vers une de leurs extrémités que vers l'autre, & que par conséquent on est en droit de supposer qu'étant prolongées de part & d'autre à l'infini, elles s'y réunissent de part & d'autre, il suit que dans le cas dont il s'agit ici,

c'eſt-à-dire, que lorſque l'objet eſt ſitué à la diſtance de $\frac{1}{4}$ de l'axe d'un miroir concave, ſon image en eſt infiniment éloignée tant en-deçà du miroir qu'au-delà.

142. A l'égard du miroir convexe, on voit qu'en ſuppoſant $-d=\frac{1}{2}r$, on a $f=\frac{1}{4}r$.

143. III°. *La diſtance de l'objet au miroir croiſſant depuis $\frac{1}{4}$ de l'axe juſqu'à $\frac{1}{2}$ de l'axe, c'eſt-à-dire, juſqu'à une diſtance égale au demi-diametre de ſphéricité, l'image dans le miroir concave eſt en-deçà; elle s'approche du miroir depuis l'infini juſqu'à parvenir au centre: & dans le miroir convexe, l'image s'écarte derriere le miroir depuis $\frac{1}{8}$ de l'axe juſqu'à $\frac{1}{6}$.*

Car on voit que tant que d ſera plus grand que $\frac{1}{2}r$, ou $2d$ plus grand que r, la formule du miroir concave ne peut devenir négative; ainſi l'image ſera toujours du côté de la concavité: & ſi on met la formule en proportion $d : 2d - r :: f : r$; à cauſe de d plus grand que $\frac{1}{2}r$ & moindre que r, l'antécédent d eſt plus grand que le conſéquent $2d - r$; donc f eſt plus grand que r (Elem. 306): donc l'image eſt au-delà du centre. Et ſi $d=r$, alors $2d-r=d$, & $f=r$. Donc *dans le miroir concave, l'objet étant au centre, l'image y eſt auſſi;* au lieu que dans le miroir convexe, faiſant $-d=r$, on a $f=\frac{1}{3}r$.

144. De-là on voit pourquoi en plaçant ſon œil devant un miroir concave entre le $\frac{1}{4}$ de l'axe & le centre, on n'en peut voir l'image en aucune maniere; elle eſt derriere l'œil, elle eſt à l'infini quand l'œil eſt au $\frac{1}{4}$ de l'axe, & elle vient de l'infini au centre où elle ſe confond avec l'œil, tandis que l'œil s'écarte depuis le $\frac{1}{4}$ de l'axe juſques au centre: l'œil & ſon image étant ainſi réunis, tout eſt confus dans le miroir, parce que l'œil s'y voit par-tout.

145. IV°. *La diſtance de l'objet au miroir croiſſant depuis le demi-diametre de ſphéricité juſqu'à l'infini, l'image s'avance vers le miroir concave, depuis le centre juſqu'au $\frac{1}{4}$ de l'axe, & s'éloigne derriere le miroir convexe depuis $\frac{1}{6}$ juſqu'à $\frac{1}{4}$ de l'axe.* Car alors r étant plus petit que d, dans la proportion $d : 2d - r :: f : r$ l'antécédent d eſt plus petit que le conſéquent $2d - r$: donc f eſt plus petit que r. Et ſi on fait $d=\infty$, la formule générale devient $f=\frac{1}{2}r$.

146. THEOREME. *Si un arc de cercle* OPQ (Fig. 13 & 14) *concentrique à un miroir ſphérique* BAD *ſert d'objet expoſé à ce miroir ; 1°. l'image* opq *eſt auſſi un arc de cercle concentrique ; 2°. le rayon de cette image circulaire eſt plus ou moins grand, & par conſéquent* (Elem. 581) *l'image elle-même eſt plus ou moins grande, ſelon que l'image ſera plus loin ou plus près du centre* C *du miroir. 3°. Cette image ſera droite ; c'eſt-à-dire, ſa ſituation ſera la même que celle de l'objet, tant que l'image & l'objet ſeront du même côté, par rapport au centre du miroir : au contraire, l'image ſera renverſée, ou dans une ſituation oppoſée à celle de l'objet, ſi le centre* C *ſe trouve entre deux.*

Car puiſque OPQ eſt concentrique à BAD, les droites OB, PA, QD, qui paſſent par le centre C, & ſur leſquelles ſont ſituées les images *o*, *p*, *q*, des points O, P, Q, ſont égales entr'elles : donc *d* qui exprime leur valeur dans la formule générale, eſt une quantité conſtante, auſſi bien que *r* : donc *f* eſt auſſi une quantité conſtante ; c'eſt-à-dire, que les droites *o*B, *p*A, *q*D ſont égales. Donc *opq*, OPQ, BAD, ſont des arcs concentriques.

147. Cela poſé, il eſt évident 1°. que lorſque l'image & l'objet ſont du même côté, par rapport au centre, comme dans la Fig. 14, l'image eſt ſituée de la même maniere que l'objet ; puiſque chaque point de l'image eſt ſur le même demi-diametre qui paſſe par le point correſpondant dans l'objet. Mais que ſi l'image eſt au-delà du centre, à l'égard de l'objet, (Fig. 13) les droites ſur leſquelles ſont les images de chaque partie de l'objet, paſſant néceſſairement par le centre du miroir, celles qui étoient parties d'un point pris au-deſſus de l'axe qui paſſe par le milieu de l'objet, ſe trouvent au-deſſous, après avoir paſſé par le centre, & réciproquement. Donc ſi une de ces droites qui ſont au-deſſus de cet axe, part de la partie ſupérieure de l'objet, laquelle eſt par conſéquent ſituée auſſi au-deſſus de l'axe, l'image de cette partie doit être au-deſſous, parce qu'elle ne ſe forme ſur cette droite qu'après que cette droite a paſſé par le centre : donc cette image eſt renverſée à l'égard de l'objet.

148. 2°. Il eſt évident auſſi que l'image totale d'un objet

étant renfermée entre les lignes qui concourent au centre ; elle doit être d'autant plus petite, qu'elle est plus près du centre du miroir, & réciproquement.

149. COROLL. I. *Dans le miroir convexe, l'image d'un objet formé en arc concentrique au miroir est toujours droite*, puisqu'elle est toujours en-deçà du centre aussi bien que l'objet ; *& elle décroît à mesure que l'objet s'éloigne*, puisqu'elle s'approche de plus en plus du centre. *Dans le miroir concave, l'image est droite & va en croissant, à mesure que l'objet va de la surface du miroir au $\frac{1}{4}$ de l'axe ; elle décroît & est renversée lorsque l'objet va du quart de l'axe au centre ; elle croît ensuite, & est encore renversée à mesure que l'objet va du centre jusqu'à l'infini.* Il faut remarquer, principalement dans ce dernier cas, que si l'objet n'augmente pas, mais s'il prend seulement une figure concentrique, à mesure qu'il s'éloigne, son image doit décroître à proportion.

150. COROLL. II. *Plus le rayon de la sphéricité du miroir sera petit, plus les images seront petites ; toutes choses d'ailleurs égales.*

151. REMARQUE. Ce Théorême ne peut s'appliquer rigoureusement à toutes sortes d'objets exposés à un miroir sphérique : cependant en les supposant assez petits pour qu'on puisse prendre leur largeur pour un arc concentrique au miroir, on pourra à l'aide de ce qui a été expliqué dans cet article, faire entendre 1°. pourquoi les images des objets exposés à un miroir sphérique, sont tantôt plus, tantôt moins grandes que les objets. 2°. Pourquoi elles sont tantôt droites & tantôt renversées. 3°. Pourquoi elles paroissent se rapprocher de l'objet, quand l'objet s'éloigne du miroir concave, &c.

152. On voit aussi que les images des objets dont la surface n'est pas sphérique-concentrique, doivent être d'autant plus défigurées ou d'autant moins semblables aux objets, que leur surface est plus grande, & que le demi-diametre de sphéricité du miroir est plus petit. Car, par exemple, une ligne droite exposée à un miroir sphérique, doit avoir une image courbe, parce que les points de cette

ligne droite étant à inégales diſtances du miroir, les images de ces points en ſont auſſi à inégales diſtances; mais ces inégalités ne ſont pas dans un même rapport. Ces images ſont auſſi d'autant plus défigurées que l'objet eſt plus près du quart de l'axe du côté du miroir concave; car alors les images ſont fort grandes; & un peu plus ou un peu moins de diſtance au miroir dans les différentes parties de l'objet, cauſe de grandes différences de diſtance & de grandeurs dans les images de ces parties.

ARTICLE III.

Application de la Théorie précédente aux Miroirs plans.

153. Il eſt aiſé de déduire de la formule générale les propriétés des miroirs plans, en ſuppoſant que ce ſont des miroirs ſphériques, dont le demi-diametre de ſphéricité eſt infini; c'eſt-à-dire, en faiſant $r = \infty$. Alors la formule $f = \frac{dr}{2d - r}$ devient $f = -d$. Ce qui fait voir que *les images qu'on voit par le moyen des miroirs plans, ſont toujours autant au-delà du miroir que l'objet eſt en-deça, qu'elles ſont toujours droites.* Et parce que, dans les miroirs ſphériques, l'image de chaque point d'un objet eſt dans la droite qui paſſe par ce point & par le centre, laquelle eſt par conſéquent perpendiculaire à la ſurface du miroir; *l'image de chaque point d'un objet placé devant un miroir plan, eſt dans la perpendiculaire tirée de ce point, ſur la ſurface du miroir.* Enfin, à cauſe que les perpendiculaires tirées des extrémités de l'objet ſur le miroir, ſont paralleles entr'elles, & ne peuvent par conſéquent ſe réunir qu'à une diſtance infinie où eſt le centre de ſphéricité du miroir, *les images compriſes entre ces droites, ſont égales à l'objet dans toutes leurs dimenſions.*

154. On pourroit par de ſemblables raiſonnements déduire les autres propriétés générales des miroirs plans; mais

comme ces sortes de miroirs sont d'un usage plus familier que les autres, il est à propos d'entrer ici dans quelque détail.

155. THEOREME I. *Dans un miroir plan placé horizontalement, les objets droits paroissent renversés, & réciproquement. Si le miroir est incliné, tous les objets paroissent inclinés en sens contraire. Si le miroir est incliné de 45°, les objets posés verticalement, paroissent posés horizontalement, & les objets horizontaux paroissent verticaux*, &c.

Tout ceci est une suite de ce que les parties d'un objet les plus voisines du miroir ont leurs images au-delà du miroir, les plus proches aussi du miroir; & les parties d'un objet les plus éloignées du miroir, ont leurs images plus loin derriere le miroir. En faisant des figures particulieres pour tous les cas énoncés dans le Théorême, on en trouvera facilement la démonstration.

156. THEOREME II. *La droite de l'image d'un objet vu dans un miroir, paroît à la gauche, & la gauche paroît à la droite.*

C'est une suite de ce que les images sont posées de la même maniere que les objets : les images des parties à droite sont à droite, &c. Or quand nous regardons une personne en face, sa droite est vis-à-vis de notre gauche, & réciproquement. Etant accoutumés de voir ainsi les objets sans miroir, lorsque nous voulons porter la main à gauche, en nous regardant dans un miroir, nous la portons à droite; au lieu de la porter en avant, nous la portons en arriere, de sorte qu'il faut une habitude particuliere pour s'aider d'un miroir.

157. THEOREME III. *L'image d'un objet posé parallélement à la surface d'un miroir plan, paroît n'occuper dans le miroir qu'un espace égal à la moitié de celui que l'objet occupe.*

DEM. Soit AB (Fig. 15) une dimension quelconque d'un objet parallele au miroir IG; soit *ab* l'image de AB: d'un point quelconque P, pris sur AB, tirez P*a*, P*b*; il est clair que IE est la partie du miroir occupée par l'image *ab*, & qu'à cause que IG est précisément au milieu, entre

AB & *ab*, la partie IE n'eſt que la moitié de *ab* ou de AB.

158. SCHOLIE. Ainſi pour ſe voir tout entier dans un miroir poſé verticalement, il faut que ce miroir ait au moins la moitié de la hauteur & de la largeur de celui qui s'y regarde en ſe tenant debout; de ſorte que ſi un Spectateur debout ne peut voir qu'une partie de ſon image dans un miroir poſé verticalement, parce que le reſte eſt caché par les bordures, il ne pourra jamais en voir davantage, ſoit qu'il s'éloigne ou qu'il s'approche du miroir.

159. THEOREME IV. *Si un miroir tourne ſur un axe, le mouvement angulaire des images eſt double de celui du miroir.*

DEM. Soit AB (Fig. 17) la ſituation du miroir, OE un rayon incident, EF le rayon réfléchi : que le miroir tourne enſuite ſur un axe qui paſſe par le point E, & prenne la ſituation CD; alors le rayon incident OE aura EG pour rayon réfléchi. Je dis que l'angle FEG qui exprime le mouvement angulaire, ou la quantité dont le rayon réfléchi EG s'eſt écarté de ſa premiere ſituation EF, eſt double de AEC, qui eſt le mouvement angulaire du miroir. Car le cathete d'incidence eſt toujours au milieu entre le rayon incident & le rayon réfléchi; & comme il eſt toujours perpendiculaire au miroir, il a le même mouvement angulaire que le miroir. Si donc le mouvement angulaire du miroir le porte vers le rayon incident, il en écarte d'autant le cathete; & en même tems le rayon réfléchi s'écarte du cathete de la même quantité, afin que ce cathete reſte au milieu. Donc le rayon incident ſe trouve écarté du rayon réfléchi d'une quantité double du mouvement angulaire du miroir.

160. SCHOLIE. Si on fait faire un quart de cercle à un miroir, le rayon réfléchi décrira un demi-cercle. Et c'eſt par cette raiſon qu'on fait aller ſi vîte les images du Soleil préſenté au miroir; de même les images du Soleil réfléchies par une eau preſque dormante, paroiſſent toujours très-agitées, ſur-tout lorſqu'elles ſont reçues un peu loin du point d'incidence, &c.

161. THEOREME V. *Les miroirs faits avec une glace dont*

la surface postérieure est étamée, présentent deux images d'un même objet, l'une antérieure & foible, l'autre plus éloignée & plus vive; & la distance de ces deux images est égale au double de l'épaisseur de la glace.

Cette apparence vient de ce que la surface antérieure de la glace étant solide & polie, est elle-même un miroir, qui en renvoyant tous les rayons qui ne traversent pas la glace, forme une foible image de l'objet. Cette foible image est d'autant plus sensible, qu'on regarde plus obliquement; car quand on regarde perpendiculairement, elle est couchée & comme confondue avec la vive image formée par la surface étamée. Si d exprime la distance de l'objet à la surface antérieure, & e l'épaisseur de la glace, la distance de l'objet à l'image vive sera (153) $= 2d + 2e$, & celle de l'image foible à l'objet ne sera que $= 2d$.

162. THEOR. VI. *Tant de miroirs plans qu'on voudra, posés dans un même plan, ne peuvent donner qu'une image d'un même objet.*

Car tous ces miroirs ne font alors l'effet que d'un seul miroir; & parce que l'image paroît toujours sur le cathete d'incidence tiré de l'objet; comme on ne peut mener d'un point qu'une seule perpendiculaire sur un plan (Elem. 634), on ne peut donc former qu'une seule image.

163. THEOR. VII. *Si un œil est en* I (Fig. 16), *au dedans d'un angle quelconque* ABC, *formé par deux miroirs plans* AB, BC; *il verra autant d'images d'un objet* O, *placé aussi en dedans de cet angle, qu'on pourra abbaisser successivement de l'objet & de chacune de ses images, des perpendiculaires sur chaque miroir en-deçà de l'angle* B.

DEM. 1°. Ayant abbaissé de l'objet O le cathete OD sur le miroir BC, & pris ND = NO, le point D sera le lieu d'une image: car si de l'œil I on tire ID, & si par g, où elle rencontre le miroir, on mene gO, ce sera le rayon incident dont Ig sera le réfléchi, par lequel l'œil voit l'image qui est en D, à cause des triangles rectangles égaux DgN, OgN, qui donnent l'angle OgN = DgN = BgI.
2°. Si du point D on abbaisse sur le miroir AB, la per-

pendiculaire DE, en prenant $kE = kD$, le point E est le lieu d'une seconde image, dont l'image en D tient lieu de l'objet. Car à cause de $ON = ND$, & des triangles égaux ONf, DNf, le rayon incident Of se réfléchit en fi; & à cause des triangles rectangles égaux Dki, Eki, le rayon fi se réfléchit en iI, & arrive par conséquent à l'œil en I. 3°. Si du point E on abbaisse sur le miroir BC le cathete EQ, & si on prend $QF = EQ$, le point F sera le lieu d'une troisieme image, dont l'image en E tient lieu de l'objet. Car à cause des triangles rectangles égaux OdN, NDd : Drk, rkE ; FQb, bQE, on voit que le rayon incident Od se réfléchit en dr, puis en rb, enfin en bI, où il arrive à l'œil. 4°. Si du point F on abbaisse une perpendiculaire sur le miroir AB, on trouvera qu'elle passe audelà en FG, & que par conséquent il n'y a plus de cathete d'incidence ni d'image.

164. On fera voir de même qu'il y a en H une image de l'objet O, vue par le rayon Ih, réfléchi du rayon incident Oh : qu'il y en a une seconde en K, vue par le rayon cI, réfléchi de ct, réfléchi du rayon incident Ot : qu'il y en a une troisieme en L, vue par le rayon incident Ol, réfléchi en la, puis en ak, ensuite en kI. Qu'enfin il ne peut y en avoir davantage, parce que la perpendiculaire LM abbaissée de la derniere image, tombe en dehors du miroir.

165. COROLL. I. Il est aisé de voir par la construction, qu'*une premiere image se voit par un rayon réfléchi*, *une seconde par deux*, *une troisieme par trois*, &c.

166. COROLL. II. *La distance de chaque image à l'œil, est égale à la somme de son rayon incident, plus ses rayons réfléchis.* Par exemple, $IF = Od + dr + rb + bI$. Car $IF = Ib + bF$, $bF = bE = br + rE$, & $rE = rD = rd + dD$, enfin $dD = dO$: donc $IF = Ib + br + rd + dO$. Ainsi *les images s'éloignent à mesure qu'elles se répetent.*

167. COROLL. III. *La premiere image est plus vive que la seconde, la seconde plus que la troisieme, & ainsi de suite* ; tant parce que l'intensité de la lumiere décroît dans toute cette

marche, que parce qu'il se perd une quantité prodigieuse de rayons à chaque réflexion.

168. COROLL. IV. *Plus l'angle des deux miroirs sera grand, moins il pourra y avoir d'images.* Car les cathetes d'incidence s'écartant les uns des autres, par un mouvement angulaire égal à celui des miroirs qu'on écarte, ils se portent de plus en plus vers le sommet de l'angle des miroirs, & tombent successivement en dehors, où ils ne peuvent plus contenir des images. Ainsi, *plus on ouvre l'angle formé par deux miroirs, plus les images paroissent s'approcher de cet angle, pour se confondre, puis se cacher derriere:* en sorte que lorsque l'angle des miroirs est devenu droit, il ne peut y avoir plus de deux images, savoir une sur chaque miroir; & que quand il est devenu infiniment obtus, il ne peut plus y en avoir qu'une, parce que (162) le nombre des images dépend toujours du nombre des perpendiculaires qu'on peut abbaisser de l'objet ou des images de l'objet sur les deux miroirs.

169. COROLL. V. *Si deux miroirs sont paralleles & infiniment étendus, l'objet a une infinité d'images;* mais elles vont toujours en s'éloignant & en s'affoiblissant, de sorte qu'elles ne sont bien-tôt plus sensibles.

ARTICLE IV.

Des Miroirs Cylindriques, Coniques, &c.

170. LES miroirs cylindriques, coniques, prismatiques & pyramidaux, ne sont guère que de pures curiosités; ils servent à défigurer les objets auxquels on les présente, ou à faire paroître réguliere l'image d'un objet défiguré exprès.

171. Les miroirs prismatiques & pyramidaux n'étant que des miroirs plans verticaux & inclinés, ils n'ont pas besoin d'une explication particuliere. Les cylindriques doivent être considérés comme un assemblage de miroirs en partie plans & droits, en partie sphériques; & les

coniques sont des miroirs en partie plans & inclinés, & en partie sphériques : de sorte qu'en combinant les propriétés des miroirs plans avec celles des sphériques, on concevra aisément les raisons des dépravations des images régulieres, & réciproquement.

172. Par exemple, un objet régulier étant présenté verticalement devant un miroir cylindrique, posé aussi verticalement, on voit que toutes les dimensions verticales de l'objet ne doivent pas être défigurées, à quelque distance du miroir que l'objet soit, puisque ces dimensions se présentent devant des miroirs plans & verticaux ; mais que les dimensions horizontales doivent être défigurées, à proportion qu'elles sont plus ou moins éloignées d'être concentriques au miroir, & qu'elles en sont à des distances plus inégales (152), puisque ces dimensions se présentent à des miroirs sphériques. Ainsi les images des différentes parties de cet objet, étant les unes régulieres, les autres dépravées, leur assemblage fait une figure très-irréguliere & méconnoissable.

173. Voici une maniere de dessiner sur un plan un objet défiguré, de sorte qu'en posant verticalement & en un endroit marqué sur ce plan, un miroir cylindrique, d'un rayon donné, cet objet paroisse droit & régulier, vu d'un point donné.

Sur un plan à part on dessine cet objet réguliérement & selon toutes les dimensions qu'il doit avoir ; en sorte cependant que sa plus grande largeur n'excéde pas la longueur de la corde d'un arc de 130 à 140 degrés du cylindre. On renferme ce dessein dans un parallélogramme (Fig. 18) rectangle AFK*a* (qu'on appelle *le Ponsif.*) On divise ce rectangle en plusieurs petits quarrés ou autres rectangles égaux, afin de partager le dessein en plusieurs petites parties. Sur le plan donné on décrit la place où la base du cylindre doit être posée ; c'est une portion de cercle FTK (Fig. 19) dont le rayon doit être égal à celui de la base du cylindre, & on y porte une corde FK, égale au côté FK du Ponsif, qui répond au pied de la figure dessinée. On divise aussi la corde FK comme la droite FK du Ponsif.

Par le milieu H de la corde FK, on tire une perpendiculaire HO, qu'on termine en O, au point au-dessus duquel on veut que l'œil soit placé, pour regarder le cylindre. Du point O, on tire par les divisions de la corde FK, des droites indéfinies OA′, O*g*′, O*h*′, O*i*′ O*k*′, sur l'une desquelles, comme OF, on éleve une perpendiculaire OV, égale à la hauteur à laquelle on veut que l'œil soit au-dessus du point O, c'est-à-dire, au-dessus du plan du dessein défiguré. Sur la même droite OF, & en partant du point F, où elle coupe KF, on éleve une perpendiculaire FA, égale au côté AF du Ponsif, & divisée comme lui. Par V, & par les points de division de FA, on tire des droites indéfinies VF, VE′, VD′, VC′, VB′, VA′, qui vont rencontrer la droite OA′, en des points par lesquels on mene à FK les paralleles E′*e*′, D′*d*′, C′*c*′, B′*b*′, A′*k*′, & l'on a, selon les Loix de la Perspective, un trapeze KFA′*k*′, qui est la perspective du ponsif AK, vu du point où l'œil doit être placé pour voir l'objet dans le cylindre, c'est-à-dire, vu d'un point élevé au-dessus de O d'une quantité égale à OV.

Par le centre Q de l'arc FTK du pied du cylindre, & par les points d'incidence F, S, T, K, où les droites ou rayons OF, OG, OI, OK, rencontrent cet arc, on mene les cathetes d'incidence QL, QP, QR, QX, puis les droites indéfinies F*a*, S*g*, T*i*, K*k*, qui fassent les angles *a*FL = OFL, *g*SP = OSP, *i*TR = OTR & *k*KX = OKX, & qui sont (133) les rayons réfléchis. Sur ces droites ou rayons réfléchis, on porte les divisions des droites correspondantes du trapeze perspectif, c'est-à-dire, des droites FA′, S*g*′, M*h*′, T*i*′, K*k*′; & par tous les points trouvés de la sorte, on fait passer des courbes qui sont presque des arcs de cercles concentriques, dont le centre est en H, & qui représentent les droites A*a*, B*b*, C*c*, D*d*, E*e*, FK du ponsif, de même que F*a*, G′*g*, H′*h*, I′*i*, K*k* représentent les côtés FA, G*g*, H*h*, I*i*, K*a* du ponsif, & qu'enfin chacun des espaces ou trapezes mixtilignes représentent les petits quarrés ou rectangles du ponsif. Si

donc on place le cylindre sur l'arc FTK, & l'œil au point de vue déterminé, on verra dans le cylindre une image réguliere du Ponsif. Et par conséquent en rapportant sur chaque trapeze mixtiligne les parties de la figure dessinée dans chaque quarré ou rectangle correspondant dans le ponsif, on aura la figure dépravée qu'on demande.

CHAPITRE III.

De la Dioptrique.

ARTICLE I.

Des Images ou des Foyers par une simple réfraction.

174. PROB. *ETant donnés un objet* O (Fig. 20 & 21) *de position à l'égard d'une surface réfringente sphérique* BAI, *d'un rayon de sphéricité donné* AK, *& le rapport du sinus d'incidence à celui de l'angle brisé, trouver le lieu* P *de l'image formée par la réfraction.*

Soit le rapport donné comme p à q. Par l'objet O & par le centre K, menez une droite indéfinie OA, pour être l'axe de sphéricité qui passe par l'objet O. Soit un rayon incident OI, infiniment proche de l'axe OA; tirez du centre K au point d'incidence I, un demi-diametre KI, qui sera le cathete d'incidence. Sur le rayon incident OI, (prolongé s'il est nécessaire,) abaissez du centre la perpendiculaire KG, qui sera le sinus de l'angle d'incidence OIN ou KIG: faites comme p à q, ainsi KG, est à un quatrieme terme, avec lequel comme demi-diametre, décrivez du centre K un arc, auquel on puisse du point I mener une tangente IH, qui ira couper l'axe AO au point cherché P. Car en abaissant une droite KH au point de

contact, on voit qu'elle est le sinus de l'angle KIP, lequel par conséquent est l'angle brisé du rayon incident OI. Et parce qu'on a la même construction pour tous les rayons qui tombent du point O sur la surface du verre, infiniment près du point A, il suit qu'ils se brisent, de sorte qu'ils sont tous dirigés au point P, où est par conséquent le foyer ou l'image.

175. Pour avoir une expression analytique de AP (Fig. 20), soit OA ou OI $= d$, le rayon de sphéricité KI ou AK $= r$: soit AP ou IP $= f$. Par la construction précédente $p : q :: KG : KH$; donc $KG = \frac{p \times KH}{q}$. Or en supposant OI infiniment proche de OA, l'arc AI, n'est qu'une droite perpendiculaire à l'axe OA; les triangles rectangles AOI, OKG sont semblables, aussi bien que PAI, PKH : Donc $OK : OI :: KG$ ou $\frac{p \times KH}{q} : AI = \frac{OI \times p \times KH}{OK \times q}$. Et $KH : AI$ ou $\frac{OI \times p \times KH}{OK \times q} :: PK : PI$ ou PA. Donc $PA = \frac{OI \times p \times PK}{OK \times q}$. Et en substituant les valeurs analytiques, pour en déduire la valeur de f, on trouve $f = \frac{dpr}{dp - q(d + r)} = \frac{dpr}{d(p - q) - rq}$ pour la formule qui convient à un objet placé du côté de la convexité. Pour la réduire à celle qui convient à un objet placé du côté de la concavité, il faut remarquer qu'alors le rayon de concavité (Fig. 21) est dans une situation opposée à celle qu'il a lorsque l'objet est vers la convexité; donc il faut faire r négative, ou substituer $-r$ dans les formules précédentes qui deviendront $f = \frac{dpr}{d(q-p) - rq} = \frac{dpr}{q(d - r) - dp}$.

176. On peut faire sur l'exactitude de ces formules, & sur les images qu'elles donnent, les mêmes réflexions que ci-dessus (135). On peut même y appliquer le théorême du n°. 146 avec sa Démonstration & ses Corollaires, ce qu'on supposera pour la suite.

ARTICLE II.

De la Marche des Images, qui répond à celle d'un objet, dans le passage de la Lumiere de l'air dans le Verre, & réciproquement.

COmme l'usage le plus important de la Dioptrique est la connoissance des Loix que suit la lumiere, en passant de l'air dans les verres & réciproquement, afin d'avoir une idée exacte de l'effet des Lunettes, Télescopes & Microscopes, nous y appliquerons ici pour exemple les deux formules précédentes.

177. Dans le passage de l'air dans le verre $p = 31$ & $q = 20$; les deux formules de l'article précédent se réduisent donc à $f = \frac{31dr}{11d - 20r}$ pour les surfaces convexes, $f = \frac{31dr}{-11d - 20r}$ pour les surfaces concaves.

178. Soient deux milieux infiniment étendus l'un d'air & l'autre de verre homogenes chacun dans leur espece, séparés seulement par une surface sphérique. Supposons d'abord que cette surface soit convexe du côté de l'air, & qu'un objet lumineux de peu d'étendue y étant placé, il s'en éloigne jusques à l'infini en traversant l'air dans une direction perpendiculaire à cette surface; par la formule $f = \frac{31dr}{11d - 20r}$ on déterminera comme on a fait pour les miroirs sphériques (nº. 140 & suivans), toutes les circonstances de la marche de l'image de cet objet selon les différentes valeurs de la distance d, que nous exprimerons en parties dont r sera pris pour l'unité.

Ainsi tant que d sera entre $d = \frac{1}{\infty} r$ jusques à $d = \frac{20}{11} r$, f sera toujours négatif, & sa valeur croîtra jusques à l'infini, par conséquent l'image sera toujours en dehors du verre ou du même côté que l'objet, puisque dans le calcul de la

formule on a ſuppoſé que f poſitif exprimoit la diſtance de la ſurface réfringente à l'image placée en-deça de cette ſurface par rapport à l'objet : cette image ſera auſſi toujours droite (149), elle ira en s'éloignant depuis cette ſurface juſques à l'infini, & les rayons qui pénétrant le verre détermineront le lieu de cette image par le concours de leurs directions, ſeront de moins en moins divergens juſques à ce qu'ils deviennent paralleles. Depuis cette valeur $d = \frac{20}{11} r$ juſques à $d = \infty r$, f eſt toujours poſitif ; l'image ſe forme en dedans du verre & renverſée ; elle vient de l'infini vers la ſurface réfringente juſques à la diſtance de $\frac{31}{11} r$, & les rayons qui pénétrant le verre la formeront, paſſeront du parallélíſme à une convergence de plus en plus grande.

179. Mais ſi la ſurface qui ſépare les milieux eſt concave du côté de l'air, alors la formule $f = \frac{31dr}{-11d-20r}$ fait voir que quelle que ſoit la diſtance de l'objet à cette ſurface, ou quelle que ſoit la valeur de d, on a toujours f négatif, donc l'image eſt toujours en dehors du verre & droite ; & que d croiſſant depuis $\frac{1}{\infty} r$ juſques à ∞r, f croît depuis l'infiniment-petit juſques à $\frac{31}{11} r$: l'image va donc en s'éloignant depuis la ſurface réfringente juſques à la diſtance de $\frac{31}{11} r$, & les rayons qui pénétrent le verre ſont divergens, mais de moins en moins.

180. Si nous avions ſuppoſé que l'objet fût placé en dedans du verre ſur la ſurface qui ſépare les deux milieux, & que ſa marche ſe fût faite auſſi en dedans du verre, alors $p = 20$ & $q = 31$, de ſorte que la formule pour la ſurface convexe devient $f = \frac{20dr}{-11d-31r}$, & pour la ſurface concave, $f = \frac{20dr}{11d-31r}$.

Si donc on ſuppoſe l'objet placé d'abord ſur une ſurface convexe, il eſt clair par un calcul & par un raiſonnement ſemblable aux précédens, que tandis que l'objet s'éloignera à l'infini, l'image ſera droite, reſtera en dedans du verre & s'écartera de la ſurface commune juſques à la diſtance $\frac{20}{11} r$,

de forte que les rayons qui pafferont dans l'air deviendront de plus en plus divergens.

181. Si enfin l'objet étoit placé d'abord fur une furface concave, la formule $f = \frac{20dr}{11d - 31r}$ fait voir que f fera négatif dans toutes les valeurs de d, depuis $d = \frac{1}{\infty} r$ jufques à $d = \frac{31}{11} r$: qu'ainfi l'image fera droite en dedans du verre, & s'éloignera de la furface réfringente jufques à une diftance infinie, les rayons qui pafferont dans l'air feront de moins en moins divergens jufqu'à ce qu'ils foient devenus paralleles : mais depuis $d = \frac{31}{11} r$ jufques à $d = \infty r$, f fera pofitif, l'image renverfée & s'approchant dans l'air vers la furface réfringente depuis l'infini jufques à la diftance de $\frac{20}{11} r$, ainfi les rayons qui entreront dans l'air convergeront de plus en plus.

On peut comme dans cet exemple, fuivre la marche de l'image d'un objet par rapport à deux milieux l'un d'air & l'autre d'eau, ou par rapport à deux milieux l'un de verre & l'autre d'eau.

ARTICLE III.

Des Images faites par une double réfraction.

DAns l'ufage des verres, il y a ordinairement une double réfraction, favoir, une à l'entrée, & une autre à la fortie du verre.

182. PROB. I. *Etant données les dimenfions d'une Lentille quelconque* AB, (Fig. 22) *la pofition d'un objet* O *fur l'axe commun de fphéricité des furfaces de la Lentille, dont les centres font en* C *&* en K, *trouver le point* F *de cet axe où un rayon* OI, *infiniment proche de l'axe* OA, *va couper cet axe, après deux réfractions, l'une en* I, *& l'autre en* T.

SOLUTION. Soit $OA = d$, $CB = R$, $KA = r$, $FB = x$, $PB = z$, la figure fait voir que le point P eft le point de l'axe, où il eft rencontré par la direction du rayon incident OI, après la premiere réfraction en I; foit

AB, qui est l'épaisseur de la Lentille $= e$. Soit le rapport des sinus d'incidence & de réfraction à l'entrée de la Lentille comme p à q, & à la sortie comme q à p. Soient enfin $\mathrm{CD} = m$, & $\mathrm{KG} = n$. La figure fait encore voir que $p : q ::$ KG ou $n : \mathrm{KH} = \frac{nq}{p}$: & que $q : p ::$ CD ou $m : \mathrm{CE} = \frac{mp}{q}$.

Cela posé, à cause des triangles rectangles semblables OAI, OKG, on a OG ou OK : OA :: GK : AI, ou $d + r : d :: n : \mathrm{AI} = \frac{dn}{d+r}$: & à cause des triangles semblables PAI, PKH, on a PA ou $z + e$: PH ou $z + e - r$ :: AI ou $\frac{dn}{d+r}$: KH ou $\frac{nq}{p}$: mettant en équation $\frac{dnz + den - dnr}{d+r} = \frac{nqz + enq}{p}$; d'où on tirera la valeur de $z = \frac{deq + eqr + dpr - dep}{dp - dq - qr}$. A cause des triangles semblables PCD, PBT, on a PD ou $z + \mathrm{R}$: PB ou z :: CD ou m : $\mathrm{BT} = \frac{mz}{z+r}$. Enfin les triangles semblables FCE, FBT, donnent FC ou $x + \mathrm{R}$: FB ou x :: CE ou $\frac{pm}{q}$: BT ou $\frac{mz}{z+\mathrm{R}}$: mettant en équation pour avoir une autre valeur de z, on trouve $z = \frac{p\mathrm{R}x}{qx + q\mathrm{R} - px}$: faisant enfin une équation des deux valeurs de z, afin de pouvoir en conclure la valeur de x, on a, toutes réductions faites,

$$x = \frac{dpq\mathrm{R}r + deqq\mathrm{R} - depq\mathrm{R} + eqqr\mathrm{R}}{dpp\mathrm{R} - dpq\mathrm{R} - pqr\mathrm{R} - deqq - dpqr + 2depq - depp + dppr - eqqr + epqr}.$$

183. Cette équation générale se réduit à une expression bien plus simple, selon les cas où on l'applique. Car s'il s'agit d'une Lentille de verre, $p = 31$, $q = 20$, & la formule précédente devient

$$x = \frac{620dr\mathrm{R} - 220de\mathrm{R} + 400er\mathrm{R}}{341d\mathrm{R} + 341dr - 620r\mathrm{R} - 121de + 220er}$$: & si on fait $e = o$, en négligeant l'épaisseur du verre,

$x =$

$x = \frac{610drR}{341dR + 341dr - 610rR} = \frac{20drR}{11dR + 11dr - 20rR}$: Enfin si on suppose les deux sphéricités égales, $r = R$, & $x = \frac{10dr}{11d - 10r}$.

184. Remarque I. Etant donné l'arc AI, compris entre le point A de l'axe commun des deux surfaces sphériques, & le point I, où tombe un rayon oblique OI, parti d'un point O pris sur cet axe, on peut calculer par la Trigonométrie rectiligne le vrai point F, où le rayon OI, rencontre le même axe après ses deux réfractions. Car dans le triangle OKI, on connoît OK, KI & l'angle AKI; le calcul donnera donc IO & l'angle KIO, dont le supplément est KIG. Dans le triangle rectangle IKG, on a IK & l'angle KIG; on calculera donc KG. On fera ensuite $p : q :: KG : KH$: & dans le triangle rectangle KIH, ayant KI & KH, on calculera aisément l'angle KIH. Dans le triangle KIP, on a IK & les angles IKP, KIP; on aura donc KP & l'angle KPI. Dans le triangle PCD rectangle en D, on a $PC = PK + KA + CB - AB$, & l'angle CPD, qui donne l'angle PCD; on aura donc CD : on fera $q : p :: CD : CE$. Ensuite dans le triangle rectangle CTD, on connoît CT & CD; ce qui servira à trouver l'angle TCD. Dans le triangle CTE, on connoît CT & CE, d'où on calculera l'angle ETC, dont le supplément est CTF. Enfin dans le triangle CTF, on a le côté TC, l'angle CTF & l'angle $FCT = PCD - TCD$; on aura donc CF, & par conséquent $BF = CF - CB$.

Si l'objet O est à une distance infinie, le calcul devient un peu plus court : car OI étant alors parallele à l'axe, l'angle $KIG = AKI$ est mesuré par l'arc donné AI.

185. Rem. II. Par le calcul précédent, ou même par une simple construction géométrique, il est aisé de voir que *lorsqu'un rayon* OI *tombe à quelque distance du point* A *de l'axe commun des deux surfaces, la courbure de l'arc* AI *porte plutôt ce rayon vers l'axe;* ce qui fait que le point F, où il le coupe, est plus près du point B, à proportion que cet

arc AI eſt d'un plus grand nombre de degrés.

186. PROB. II. *Etant données les dimenſions d'une Lentille quelconque* AD, (Fig. 25) *dont les centres de ſurfaces ſont en* C *&* *en* K, *la poſition d'un objet* O *hors de l'axe* BK *de la Lentille, mais autant éloigné de la Lentille, que le point* B *qui eſt dans l'axe; trouver le point* F, *où les rayons de lumiere, partis du point* O, *vont ſe réunir après avoir traverſé la Lentille.*

SOLUTION. Par le point O & par le centre K, menez OK, qui ſera un axe de ſphéricité de la premiere ſurface ALD; & (174) tous les rayons partis du point O, & qui tombent ſur cette ſurface (dont on ſuppoſe l'étendue d'un très-petit nombre de degrés,) doivent tendre à concourir en un point P, pris ſur cet axe : (ce point P ſe détermine par la formule du N°. 175.) de même que tous les rayons partis du point B tendent à ſe réunir en *p*. On peut maintenant regarder le point P, comme un objet placé dans une maſſe de verre, d'où partent des rayons qui tombent ſur la ſurface ATD : donc menant par P & par C, centre de convexité de cette ſurface, une droite PC, qui en ſoit l'axe, tous les rayons partis du point P doivent (174) ſe réfracter à cette ſurface, de ſorte qu'ils ſe dirigent en un même point en-deçà de T, comme F; (lequel ſe détermine par la formule du N°. 175) de même que le point *p* étant une premiere image de l'objet B, formée par la réfraction ſur la ſurface ALD, devient un objet à l'égard de la ſurface ATD, qui par une ſeconde réfraction, forme en *f* une image de l'objet *p*, ou une ſeconde image de l'objet B.

187. COROLL. I. En négligeant l'épaiſſeur du verre, & en ſuppoſant que les points B, O en ſoient à égales diſtances, il eſt clair que les points *p*, P en ſont auſſi également éloignés, puiſqu'on les trouve chacun par la même formule, avec des données égales; & par la même raiſon, les points *f*, F, ſont auſſi également éloignés du verre.

188. COROLL. II. Ce qu'on vient de dire du point O, pouvant s'appliquer à tous les points de la ſurface viſible d'un objet, on voit maintenant la formation des images entieres d'un objet, leſquelles ſont des figures à très-peu-

près semblables à celles des surfaces visibles des objets.

189. COROLL. III. Lorsque toutes les parties d'un objet fort étendu, ou lorsque plusieurs objets, sont à une même distance du verre, leurs images doivent se peindre distinctement dans une assez grande portion de sphere dont le verre est le centre.

190. COROLL. IV. *Il suffit donc de calculer, par le moyen des formules précédentes, la position de l'image du point de l'objet qui est dans l'axe des verres, pour avoir celle de l'image entiere de l'objet.*

191. COROLL. V. On voit aussi par la construction précédente, que lorsque l'objet OB est assez éloigné, pour que l'image se fasse au-delà d'un des rayons de convexité du verre, cette image est renversée; c'est-à-dire, que ses parties sont dans une position opposée à celle des parties correspondantes de l'objet.

192. REM. L'expérience fait voir que l'étendue dans laquelle les images des objets présentés à une Lentille, se fait distinctement, est très-considérable. Car si on a une chambre obscure (comme il a été dit n°. 5,) & si ayant fait une ouverture de 2 à 3 pouces de diametre, on la recouvre avec un verre convexe, on verra sur un carton blanc, posé à une distance proportionnée à la longueur des rayons de convexité, & à l'éloignement des objets, des images renversées de tous les objets exposés au trou, avec des couleurs d'autant plus vives, que ces objets seront mieux éclairés : & toutes ces images seront assez distinctes, quoiqu'elles le soient d'autant plus, qu'elles représenteront des objets situés plus près de l'axe de la Lentille.

193. THEOR. *Lorsque les deux surfaces d'une Lentille convexe ou concave sont d'un égal rayon de sphéricité, parmi les rayons de lumiere, qui étant partis d'un point* O (Fig. 23 & 24) *pris hors de l'axe, tombent sur cette Lentille, celui qui passe par le point* I *de l'axe qui est au milieu de l'épaisseur de la Lentille, sort après ses deux réfractions dans une droite* TF, *parallele à la direction* OD, *qu'il avoit avant que de rencontrer la Lentille.* C'est pour cela que dans la suite on l'appellera *le rayon principal.*

DEM. A cause des deux arcs ALD, ATD égaux, & d'un même rayon, la figure de la Lentille est un polygone symmétrique d'une infinité de côtés, dont le centre est I ; d'où il suit que le rayon de lumiere TL, qui passe par I, aboutit à deux des côtés paralleles (& égaux, dont les positions sont déterminées par les tangentes GL, HT.) Donc ce rayon doit se réfracter également de part & d'autre ; c'est-à-dire, que l'angle brisé ILO doit être égal à l'angle brisé ITF, & par conséquent (Elem. 434) les directions MO, TF, doivent être paralleles.

194. COROLL. I. *Si le verre étoit plat d'un côté, & convexe ou concave de l'autre, alors le rayon principal seroit celui qui entreroit dans le verre, ou qui en sortiroit par le sommet de la courbure, selon que cette courbure seroit dirigée ou opposée à l'objet :* car le sommet de la courbure est un plan infiniment petit, parallele à la surface plane de la Lentille.

195. COROLL. II. *En négligeant l'épaisseur de la Lentille,* le rayon principal en sort dans la même droite, selon laquelle il y est entré ; ou ce qui est le même, *tout rayon oblique à la Lentille, qui tend au point de son axe, qui est au milieu de son épaisseur, la traverse en ligne droite, ou sans souffrir de réfraction.*

ARTICLE IV.

De la Marche & de la situation des Images formées par une double Réfraction.

196. I. LOrsqu'une Lentille de verre est également convexe des deux côtés, si on suppose qu'un objet lumineux d'une petite étendue soit placé d'abord sur une des surfaces au point où elle est rencontrée par l'axe commun de sphéricité, qu'ensuite cet objet s'éloigne du verre jusques à l'infini sans cependant sortir de cet axe commun, il est clair par la formule $x = \frac{10dr}{11d - 10r}$ (183), que

l'image de cet objet ſe fera toujours dans le même axe ; que parce que x dans cette formule eſt négative & croiſſante dans toutes les valeurs de d depuis $d = \frac{1}{\infty} r$ juſques à $d = \frac{10}{11} r$, l'image confondue d'abord avec l'objet même & droite, ira du même côté que l'objet en s'éloignant du verre juſques à l'infini, & les rayons qui la formeront, ſortiront du verre de moins en moins divergens juſques à devenir paralleles. Dans toutes les autres valeurs de d depuis $d = \frac{10}{11} r$ juſques à $d = \infty r$, la valeur de x eſt poſitive & décroiſſante, l'image ſera renverſée & du côté oppoſé à l'objet, elle reviendra de l'infini juſques à une diſtance du verre $= \frac{10}{11} r$, & les rayons qui la formeront, ſortiront du verre d'abord paralleles, puis convergens de plus en plus.

197. II. Si la Lentille eſt un verre plan convexe, un des rayons de ſphéricité eſt infini : ſoit donc $R = \infty$, la formule $x = \frac{20drR}{11dR + 11dr - 20rR}$ devient $x = \frac{20dr}{11d - 20r}$, & en faiſant les mêmes ſuppoſitions que dans le n°. précédent pour les différentes poſitions d'un objet à l'égard de cette Lentille, on trouve que la marche de l'image ſe fait de la même maniere, excepté qu'à égales valeurs de d, celle de x eſt toujours plus grande, & que l'image n'eſt infiniment éloignée que lorſque $d = \frac{20}{11} r$.

198. Rem. On peut demander s'il eſt indifférent de préſenter à l'objet la ſurface plane de la Lentille ou ſa ſurface convexe : à quoi l'on doit répondre, qu'en négligeant l'épaiſſeur du verre, cela eſt indifférent : mais que ſi on y a égard, l'image eſt plus éloignée de la ſurface convexe, lorſqu'on préſente la ſurface plane à l'objet, qu'elle n'eſt éloignée de la ſurface plane lorſque la ſurface convexe eſt tournée vers l'objet : ſi l'objet eſt fort éloigné du verre, cette différence eſt environ les $\frac{2}{3}$ de l'épaiſſeur du verre. Car ſi dans la formule $x = \frac{620drR - 220deR + 400erR}{341dR + 341dr - 620rR - 121de + 220er}$ (183) on fait $d = \infty$ & $r = \infty$, pour exprimer que AI eſt une ſurface plane (Fig. 22) tournée vers l'objet O ; cette

formule ſe réduit à $x = \frac{620}{341} R$: mais ſi on fait $R = \infty$ pour exprimer que BT eſt une ſurface plane oppoſée à l'objet O, la formule ſe réduit à $x = \frac{620}{341} r - \frac{220}{341} e$. Cette Remarque eſt utile dans l'uſage des Téleſcopes par réfraction où l'on emploie des Réticules ou Micrometres, comme on verra dans la ſuite : les objectifs de ces Téleſcopes ſont ſouvent des verres plans convexes, & lorſque l'on les ôte de leur place pour les nettoyer, il faut avoir ſoin de replacer la même face du même côté, ſans cette précaution les fils des réticules ou micrometres pourroient ſe trouver à plus d'une ligne de leur vraie place, ſi le verre objectif avoit plus de 1 ligne $\frac{1}{2}$ d'épaiſſeur.

199. III. Si la Lentille de verre eſt également concave des deux côtés, alors le rayon KA (Fig. 22) eſt tourné vers l'objet O, & il faut le faire $= - r$; le rayon CB qui étoit dirigé vers l'objet, eſt tourné de l'autre ſens, il doit donc être $= - R$, & par ce moyen la formule pour les verres également convexes ſervira pour les verres également concaves, & ſera $x = - \frac{10 dr}{11 d + 10 r}$; & l'on voit auſſi qu'en ſuppoſant un objet placé ſur une des ſurfaces au point par où paſſe leur axe commun, que cet objet aille le long de cet axe juſques à l'infini, ſon image va dans le même ſens & le long du même axe depuis le verre juſques à une diſtance égale à $\frac{10}{11} r$; elle eſt toujours droite, & formée par des rayons qui en ſortant du verre divergent de plus en plus ; car la valeur de x dans cette formule ſera toujours négative, quelle que ſoit celle de d.

200. IV. Si la Lentille eſt un verre plan concave, ſa formule ſera $x = - \frac{20 dr}{11 d + 20 r}$, la marche de l'objet & de l'image ſe fait de la même maniere qu'à l'égard du verre également concave, excepté que la valeur de x eſt toujours plus grande, & que la plus grande diſtance poſſible de l'image au verre eſt $\frac{20}{11} r$.

201. Enfin ſi la lentille eſt *Meniſque*, c'eſt-à-dire, concave d'un côté & convexe de l'autre, pour avoir une for-

mule qui lui convienne, il faut changer le ſigne d'un des rayons de ſphéricité; il faut mettre, par exemple, — R à la place de R dans les formules du n°. 183 : On aura, en négligeant l'épaiſſeur du verre, $x = \frac{20drR}{11dR - 11dr - 20rR}$, & par différentes ſuppoſitions de d, on trouvera la marche de l'image; mais nous n'entrerons pas dans le détail, tant à cauſe du peu d'uſage qu'on fait de ces ſortes de lentilles, que parce qu'il faudroit examiner pluſieurs cas. C'eſt par les mêmes raiſons que nous ne parlons pas des verres concaves ou convexes, dont les ſurfaces ont des ſphéricités de différents rayons.

202. REM. *On peut ſuppoſer dans la pratique qu'un objet eſt infiniment éloigné à l'égard d'une lentille, lorſque ſa diſtance eſt mille ou dix mille fois plus grande que le rayon de ſphéricité.* Ainſi ſi dans la formule $x = \frac{10dr}{11d - 20r}$ on ſuppoſe $r = 10$ pouces, & $d = 10000$, c'eſt-à-dire d mille fois plus grand que r, on trouve $x = 9,102$ pouces. Mais ſi on fait $d = \infty$, on a $x = 9,091$ pouces, il n'en faut donc que de $\frac{1}{100}$ de pouce environ que l'image ne ſoit au même point, ſoit qu'on ſuppoſe l'objet à une diſtance mille fois plus grande que n'eſt le rayon de ſphéricité d'une lentille, ſoit qu'on le ſuppoſe à une diſtance infinie.



CHAPITRE IV.

De la Vision.

ARTICLE I.

Description de l'Œil, & des Images qui s'y forment.

203. L'Œil est enveloppé de trois tuniques : la premiere & extérieure EDNNDE (Fig. 26) s'appelle *la Cornée ;* elle est d'une figure sphérique, dont la partie DED est un segment d'une plus petite sphere que le reste, & transparente comme une feuille de corne fine : la seconde PIIP, s'appelle la *Sclérotique ;* elle a une ouverture PP, qu'on appelle la *Prunelle ;* cette ouverture est bordée d'une espece de rideau noir, gris ou bleuâtre, qu'on appelle l'*Iris*, qui a la propriété de conserver toujours la forme circulaire à la prunelle, soit que celle-ci s'aggrandisse, lorsque l'œil entre dans l'obscurité, soit qu'elle se rétrécisse, lorsqu'il devient exposé à une plus grande clarté. (Ces deux mouvements se font involontairement.) La troisieme tunique CBrBC, s'appelle la *Choroïde :* c'est un tapis velouté & imbu d'une liqueur très-noire, qui sert par conséquent à faire de l'œil une chambre obscure. Il absorbe les rayons dont la réfraction se fait irréguliérement dans l'œil. A la Choroïde & au-dessous de la prunelle est attachée une espece de louppe ou lentille CC, qu'on appelle le *Crystallin.* Sa convexité est d'un plus petit rayon dans sa partie antérieure : il est retenu par deux muscles BC, BC, (on les appelle les *Ligaments ciliaires*,) qui en le tirant de C vers B, le rendent moins convexe, lorsqu'il est nécessaire. Il se peut faire aussi que ces muscles contribuent à faire aller le crystallin en avant ou en arriere. Sur le fond vers

HH, eſt un réſeau très-blanc & très-fin, qu'on appelle *la Rétine*, & qui s'étend ſur la choroïde. C'eſt une expanſion du *Nerf-Optique* NN, * qui ſert à tranſmettre la ſenſation juſqu'au ſiege de l'ame. Dans l'eſpace qui eſt entre la cornée & le cryſtallin, il y a une liqueur très-limpide & très-claire, dans laquelle l'Iris nage ; on la nomme l'*humeur aqueuſe*. Entre le cryſtallin & le fond de l'œil, il y a une ſubſtance très-claire, mais d'une conſiſtance gélatineuſe ; on l'appelle l'*humeur vitrée*.

204. Lorſque les rayons de la lumiere entrent dans l'œil, ils ſe réfractent en pénétrant l'humeur aqueuſe, (en ſorte que le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme 4 à 3); ils ſe réfractent encore un peu à l'entrée & à la ſortie du cryſtallin, (car dans le paſſage de l'humeur aqueuſe au cryſtallin, le rapport des ſinus eſt comme 13 à 12, & à l'entrée de l'humeur vitrée, comme 12 à 13 :) & l'effet de ces réfractions eſt de réunir tous ceux qui ſont partis d'un même point d'un objet, & d'en former par conſéquent une image, laquelle fait voir diſtinctement l'objet, lorſqu'elle ſe forme ſur la rétine, mais confuſément, lorſqu'elle ſe forme en-deçà, ou lorſqu'elle tend à ſe former au-delà.

205. Mais pour concevoir ceci un peu plus clairement, il faut conſidérer que chaque point de la ſurface viſible d'un objet lançant ou renvoyant de tous côtés les rayons lumineux, devient à l'égard de la prunelle de l'œil le ſommet d'un cône dont elle eſt la baſe : par la réfraction de ces rayons qui ſe fait dans l'œil, ils forment un autre cône oppoſé au premier dont la prunelle eſt auſſi la baſe, & dont le ſommet eſt au fond de l'organe, où par leur concours ils forment une image ſenſible du point d'où ils ſont partis. Ces deux cônes ont un axe commun, & qui eſt

* Quelques Phyſiciens prétendent que la Choroïde eſt l'organe immédiat de la vue, fondés ſur des expériences ſelon leſquelles les parties des objets ceſſent d'être viſibles, lorſqu'on place ſon œil, de ſorte que les images de ces parties viennent à tomber ſur le centre du paquet NN de filets où la Rétine commence à s'épanouir ſur la Choroïde.

ſenſiblement une ligne droite, (car la réfraction qui ſe fait à l'entrée & à la ſortie du cryſtallin n'eſt ici preſque d'aucune conſéquence) : On peut donc ſuppoſer que tous les rayons qui forment ces deux cônes, ſont confondus avec l'axe commun, & qu'ainſi chaque point d'une ſurface viſible ſe diſtingue, parce que ſon image eſt portée au fond de l'œil par un rayon qui paſſe par le centre de la prunelle.

Cela poſé 1°. ſi le point dont il s'agit eſt vers le centre de la ſurface viſible, comme en R (Fig. 26) un autre point Q de cette même ſurface qui ſera à droite, enverra ſon image dans l'œil par un rayon Q*q* qui ſe croiſera au centre de la prunelle avec le rayon R *r* qui porte l'image du point R : donc l'image *q* ſe fera dans le fond de l'œil à gauche de l'image *r* du point R, & par conſéquent ces deux images ſeront dans une ſituation renverſée à l'égard de celle où les points R & Q ſe trouvent ſur la ſurface de l'objet.

2°. Chaque faiſceau ou cône de rayons partis de chaque point de la ſurface viſible de l'objet étant ſuppoſé réduit au ſimple rayon qui eſt dans l'axe, la ſurface entiere de l'objet devient à l'égard de l'œil la baſe d'une Pyramide lumineuſe, dont le centre de la prunelle eſt le ſommet, & les rayons qui compoſent cette pyramide ſe prolongeant dans l'œil, y forment une autre pyramide oppoſée, qui ſe trouve interceptée par le fond de l'organe, & qui a par conſéquent pour baſe l'image entiere de l'objet, laquelle étant peinte avec toutes ſes couleurs, occaſionne l'idée de la préſence & de la figure de cet objet, comme nous avons dit plus haut.



ARTICLE II.

De la Vision distincte.

Des différents accidents de la Vue, avec les remedes que fournit la Dioptrique.

206. PUisque les rayons de lumiere portent avec eux l'image d'un point A d'où ils sont partis, (34) & qu'ayant traversé un verre convexe, ils vont tous s'entrecouper en un foyer ou point de réunion, il est clair que si on les intercepte par un plan en-deçà ou au-delà de ce point de réunion, on doit voir sur le plan une image de ce point A, mais qu'elle doit avoir d'autant plus d'étendue & être d'autant moins vive, qu'elle aura été prise plus loin du foyer : il paroît aussi qu'à cause de cette étendue, l'image du point B contigu au point A sera confondue en partie avec celle du point A : que si ces deux points sont de différentes couleurs, l'image composée de ces deux images sera de trois couleurs, parce que la partie commune des deux images sera d'une couleur composée des deux autres couleurs. D'où l'on voit que cette image composée ne ressemblera à l'objet AB ni par ses dimensions, ni par sa figure, ni par sa couleur, ni par son éclat : qu'elle sera par conséquent trop grande & confuse : au lieu qu'au point de réunion des rayons, les deux images n'eussent été chacune qu'un point distinct l'un de l'autre, & teint de sa propre couleur. Telle est l'idée qu'on doit se faire de la vision distincte ou confuse. La vision distincte d'un objet, est celle où la lumiere atteint la rétine au vrai point de réunion ou au sommet des cônes lumineux partis de chaque point de cet objet, (que je suppose suffisamment éclairé). La vision confuse est celle où la lumiere parvient à la rétine avant ou après cette réunion, ou point commun d'interfection.

207. D'ailleurs (174) l'image vive & distincte d'un objet, produite par le moyen d'une surface convexe réfringente, est sur l'axe qui passe par l'objet & par le centre de sphéricité de la surface ; il est donc clair qu'on ne doit voir distinctement les objets que lorsqu'on a tourné l'œil vers eux, c'est-à-dire, lorsqu'on a dirigé vers l'objet l'axe ou la droite qui passe par le centre de l'œil, & par celui de la prunelle ; on ne voit même bien distinctement que le point de l'objet auquel cet axe aboutit.

208. Lorsqu'un objet placé à quelque distance d'une surface réfringente-convexe d'une sphéricité constante & posée fixement, vient en s'approchant vers cette surface, son image s'en éloigne (179) : & il est évident que si on vouloit que l'image restât à la même place, il faudroit ou en éloigner la surface réfringente, à mesure que l'objet s'en approche, ou bien diminuer à mesure le demi-diametre de sphéricité de la surface; car alors sa distance à l'image, qui dans les formules de l'article II. (179) est toujours un multiple du demi-diametre de sphéricité, deviendroit plus grande relativemenr à ce demi-diametre, quoiqu'elle restât absolument la même. C'est aussi ce qui arrive à ceux qui ont une vue excellente : ils ont l'œil tellement conformé, & le jeu de ses parties si libre, que lorsque les rayons de lumiere, partis d'un même point d'un objet, entrent dans la prunelle à peu près paralleles entr'eux, ce qui suppose (202) l'objet à une assez grande distance de l'œil, le foyer de ces rayons se trouve précisément sur la rétine ; & lorsque l'objet s'approche de l'œil, de maniere que les rayons de lumiere qui partent d'un de ses points, entrent sensiblement divergens : alors le spectateur peut conformer son œil à chaque nouvelle distance de l'objet, de sorte que l'image se forme toujours sur la rétine, soit que pour cela il rapproche à mesure son crystallin vers la prunelle, soit qu'il le rende plus convexe, ou même sa cornée, soit enfin qu'il employe deux de ces moyens ou les trois à la fois pour voir toujours distinctement les objets, à quelque distance de l'œil qu'ils soient placés, pourvu

qu'elle ne soit ni absolument trop grande, ni moindre que de 5 à 6 pouces.

209. Mais si par une constitution vicieuse de l'œil, soit qu'elle soit un défaut naturel, soit qu'elle soit acquise par une mauvaise habitude, ou arrivée par accident, les muscles n'ont ni la force ni le ressort nécessaire, pour changer sa figure suffisamment; alors on ne peut plus voir distinctement que les objets qui sont à une distance renfermée entre certaines limites, plus ou moins étendues, selon la force avec laquelle l'œil peut changer sa conformation, pour faire tomber les images sur sa rétine. Par exemple, si le crystallin, ou même si le devant de la cornée sont trop convexes, le vrai lieu des images des objets fort éloignés est très-près du crystallin, & par conséquent en-deçà de la rétine; on ne les voit donc alors que très-confusément, & il faut rapprocher beaucoup ces objets, afin que leurs images en s'éloignant à mesure, puissent se former sur la rétine même. Tel est le défaut de ceux qui ont la vue courte, & qu'on appelle *Myopes*.

210. Au contraire, si le segment antérieur de la cornée, ou si le crystallin n'ont de convexité qu'autant qu'il en faut pour faire tomber sur la rétine les images des objets fort éloignés, celles des objets plus proches tendront à se former au-delà de la rétine, & par conséquent les rayons étant interceptés par la rétine avant leur réunion, on ne doit voir les objets que confusément. C'est-là le défaut de ceux qui ont la vue longue, & qu'on appelle *Presbytes* : tels sont la plupart des vieillards, à qui l'âge en desséchant les humeurs, a applati le crystallin, & affaissé la partie antérieure de la cornée.

211. Les Myopes sont donc ceux qui ne peuvent voir distinctement que les objets proches, ou qui envoient des rayons sensiblement divergens, & les Presbytes sont ceux qui ne peuvent voir distinctement que les objets éloignés, ou qui envoient des rayons sensiblement paralleles. Car on verra dans la suite qu'absolument parlant il faut un peu de divergence dans les rayons pour rendre la vision distincte

(voyez n°. 318). Or il eſt évident par la théorie des verres concaves & convexes, que les verres concaves font diverger les rayons qui y entrent paralleles, ou qui viennent d'un objet fort éloigné; puiſqu'en traverſant un verre également concave des deux côtés, ils ſe détournent & s'écartent pour ſe diriger à un point du côté de l'objet, & proche du quart de l'axe de ſphéricité. Un œil myope qui reçoit les rayons ainſi divergens, peut donc diſtinguer l'objet d'où ils ſont partis; d'où il ſuit que les Myopes peuvent corriger le défaut de leur vue, & voir clairement les objets éloignés, à l'aide d'un verre d'une concavité proportionnée à la figure de leur œil. Par un ſemblable raiſonnement, on voit que les Preſbytes peuvent voir diſtinctement les objets proches, en les mettant au foyer d'une loupe convexe, parce qu'elle a la propriété de ramener au paralléliſme les rayons divergens, partis de ſon foyer.

212. Le défaut des yeux myopes & des yeux preſbytes, n'eſt ſenſible qu'à cauſe de la grande ouverture de la prunelle de l'œil : car ſi cette ouverture n'étoit qu'un point, de ſorte qu'elle ne pût admettre dans l'œil qu'un ſeul rayon, parti de chaque point diſtinct d'un objet viſible, ces rayons tomberoient ſur autant de points diſtincts de la rétine, & y formeroient par conſéquent une peinture diſtincte, mais extrêmement foible, faute de lumiere ſuffiſante. Sans cet inconvénient, on pourroit corriger le défaut des Myopes & des Preſbytes, en appliquant ſur leurs yeux une ſurface opaque, percée d'un très-petit trou : on le corrige en effet en partie par ce moyen.

213. Il ſuit encore de-là qu'*en regardant un objet par un trou extrêmement petit, on le doit voir diſtinctement, quelque près qu'il ſoit de l'œil.*

214. Il arrive quelquefois que des deux yeux d'un homme, l'un eſt bon (c'eſt-à-dire, fait partie d'une vue excellente,) & l'autre eſt foible (c'eſt-à-dire, myope ou preſbyte.) En ce cas le ſpectateur eſt obligé de tourner vers les objets l'œil le plus propre à les faire voir diſtinctement, & d'en détourner l'autre œil, qui ne recevroit qu'une image

confuse de ces objets, ce qui troubleroit l'image distincte. C'est cette alternative de diriger un œil, en détournant l'autre, & réciproquement, que l'on appelle le *Strabisme*; & ceux qui ont ce défaut, s'appellent *Louches*.

ARTICLE III.

De la Vision faite à l'aide des Verres ou Miroirs.

215. PUisque nous ne voyons un objet que par l'image qui s'en forme dans notre œil, il est clair 1°. *que nous ne devons voir un objet que dans la direction selon laquelle les rayons entrent dans notre œil, pour y former leur image*, ainsi qu'il a été dit ci-dessus (21). Si donc ces rayons n'entrent qu'après plusieurs réfractions ou réflexions, qui ayent beaucoup changé la direction primitive des rayons qui partoient de l'objet, nous ne devons plus le voir dans la droite qui vient de lui directement à notre œil.

216. Il est évident 2°. que lorsqu'on met entre un objet & l'œil un verre, un miroir, &c. qui par sa figure change la marche des rayons de lumiere qui iroient de l'objet à l'œil directement, cet objet ne doit plus être censé placé à la portée ordinaire de la vue, où nous jugeons de sa grandeur & de sa distance, plutôt par habitude que par les dimensions des images qui s'en forment dans notre œil : nous devons alors juger de sa grandeur principalement par les dimensions de son image dans l'œil, lesquelles s'estiment par l'angle à l'œil compris entre les deux rayons qui viennent des extrémités de cet objet; si donc la réfraction ou la réflexion ont rendu cet angle plus grand ou plus petit qu'il n'auroit été, si on avoit regardé cet objet à la vue simple; ou ce qui revient au même, *si l'angle à l'œil compris entre les deux rayons qui passent par les extrémités de la derniere image d'un objet formée par réfraction ou par réflexion, est plus grand ou plus petit que l'angle à l'œil entre les extrémités de cet objet regardé à la vue simple, cet objet paroît grossi ou diminué à proportion.*

De sorte que si l'œil s'approche ou s'éloigne de cette derniere image, l'objet paroîtra augmenter ou diminuer, quand même par ce mouvement l'œil s'éloigneroit ou s'approcheroit réellement de l'objet : parce que l'image tient lieu de l'objet, qui ne se voit que par elle. *Si* cependant *un objet ou même une image d'un objet étoient tellement placés à l'égard d'un verre extrêmement mince ou d'un miroir, que leurs rayons en fussent réfractés ou réfléchis, de sorte qu'ils devinssent ensuite paralleles, l'œil qui se trouveroit sur leur route, verroit cet objet ou cette image de la même grandeur, à quelque distance qu'il s'approchât ou qu'il s'éloignât du verre ou du miroir : & cette grandeur seroit la même que si l'objet étoit vu par un œil placé au lieu où est le verre ou le miroir.* Car soit RS (Fig. 27 & 28) le demi-diametre d'un objet ou d'une image, placé à l'égard de la Lentille CB, de sorte que les rayons qui partent du point R, ou qui y tendent, sortent tous paralleles entr'eux, en supposant la lentille infiniment peu épaisse : parmi ces rayons, il y en a un RC (c'est le rayon principal,) qui la traverse sans se réfracter (195). Soit SC le rayon qui part du centre de l'objet ou de l'image, & qui est dans l'axe de la lentille. Il est évident que l'angle SCR est celui sous lequel l'image ou l'objet SR est vu par un œil placé au lieu C, où est la lentille, & qu'en quelque point E de l'axe que l'œil soit situé, pourvu qu'il se trouve sur la route de quelques-uns des rayons partis du point R, ou qui y tendent, il voit cet objet ou cette image sous l'angle CEB=SCR. Ce seroit la même chose, si l'œil étoit placé au foyer d'un verre ou d'un miroir, sur lequel les rayons d'un objet ou d'une image fussent tombés paralleles : à quelque distance que cet objet ou cette image fût placée, à l'égard du miroir, l'œil les verroit toujours de la même grandeur.

217. A l'égard de la distance de l'œil au lieu où les objets paroissent être, elle ne se mesure pas par la distance réelle de l'œil à la derniere image. Mais puisque (103) la distance apparente des objets s'estime principalement par l'idée que nous avons de leur grandeur, il suit que lorsque nous voyons des objets dont les images sont grossies ou diminuées

nuées par la réflexion ou par la réfraction, nous devons les juger rapprochés ou éloignés de notre œil, à proportion de la grandeur que nous leur voyons, comparée à celle que nous leur connoissons. Or, comme la surface visible des objets vus directement, est (23) la base d'une pyramide de lumiere dont le sommet est à notre œil, si la pointe de cette pyramide devient plus obtuse par l'effet d'une ou de plusieurs réflexions ou réfractions, l'objet qui semble toujours en être la base, doit sembler être pour cet effet assez rapproché de l'œil ou du sommet de la nouvelle pyramide. C'est le contraire si la pointe de la pyramide est devenue plus aiguë. De-là on peut tirer cette construction, pour avoir le lieu apparent des objets vus à l'aide des verres ou miroirs. Soit RQ (Fig. 29) une dimension d'un objet quelconque, O le lieu où est l'œil, OR l'axe de la Pyramide optique par laquelle on voit cet objet : OT la direction du rayon qui vient de l'extrémité Q de l'objet, après avoir souffert tant de réfractions & de réflexions qu'on voudra, par des surfaces sphériques, dont les axes soient tous placés sur OR. Menez Q*q* parallele à OR, jusqu'à la rencontre du rayon OT; le point *q* sera le lieu apparent du point Q, ou de la derniere image de ce point Q, & O*r* sera la distance apparente de l'œil à l'objet, *q r* étant le lieu apparent de la derniere image vue par l'œil placé en O.

218. De-là il est aisé d'expliquer pourquoi les loupes convexes grossissent & rapprochent les objets, & les lentilles concaves les diminuent & les éloignent.

219. Enfin on conçoit que si les rayons qui viennent d'un objet sont réfractés ou réfléchis, de sorte que l'image qu'ils forment ensuite soit située derriere l'œil du spectateur, ou s'il se trouve un corps opaque entre cette image & l'œil, cet objet devient absolument invisible, tant que l'œil restera à la même place. Que si ces rayons réfléchis ou réfractés entrent dans l'œil sous une telle inclinaison qu'ils ne puissent former une image qu'en deçà ou qu'en-delà de la rétine, l'objet ne se peut voir que confusément.

220. Pour appliquer tout ceci à un exemple général,

soit GR (Fig. 30) l'axe commun de tant de lentilles A, B, C, qu'on voudra : soit QR une des dimensions d'un objet quelconque ; E le lieu de l'œil qui reçoit le rayon QKIHE, parti du point Q, & qui tombant sur l'extrémité K d'une lentille AK, a été obligé de se réfracter pour se diriger vers F, mais rencontrant en I une autre lentille BI, se réfracte de nouveau, & se dirige en sortant vers le point *f*, & rencontrant encore en H une autre lentille CH, se réfracte encore & se dirige vers E, où il est reçu par l'œil. Il est clair 1°. qu'à cause que ET est la derniere direction du rayon qui parvient à l'œil, en tirant Q*q* parallele à GR, & *qr* parallele à QR, la derniere image de l'objet QR, paroît être en *qr* (217). 2°. Que la distance apparente de l'œil à l'objet est E*r*. 3°. Que la grandeur apparente de l'objet est à sa grandeur réelle, comme ER à E*r*, parce que les angles *q*E*r*, QER, qu'on suppose fort petits, sont (79) dans ce rapport. 4°. Que la situation de l'objet paroît droite ou renversée, selon la position de l'image au-delà ou en-deçà du centre de sphéricité du dernier verre ou miroir, par rapport à l'objet ou à l'image qui aura précédé cette derniere image, & lui aura servi d'objet ; ce que le calcul des foyers de chaque verre fait connoître. 5°. Que si on regarde la droite qui mesure la distance du centre ou milieu de chaque lentille à son extrémité, (telle que seroit CH) comme un objet, & que si on détermine (comme au N°. 217) la position apparente de chacune de ces droites, en la supposant vue par le moyen des lentilles situées entre l'œil & elles, celle qui soutendra un plus petit angle à l'œil, déterminera le plus grand angle de vision, c'est-à-dire, le plus grand espace qu'on puisse voir à travers tous ces verres.

En changeant les mots de *Réfractions*, de *Lentilles*, &c. en ceux de *Réflexions*, de *Miroirs*, ou en général, d'autre milieu quelconque, on verra facilement que tout ce qu'on vient de dire, est commun à la Catoptrique comme à la Dioptrique.

CHAPITRE V.

Des Télescopes & des Microscopes.

ARTICLE I.

Notions préliminaires.

221. L'Idée générale d'un *Télescope* ou Lunette à longue vue, & d'un *Microscope*, est 1°. de former une image vive d'un objet qu'on veut voir distinctement, en lui présentant un verre convexe des deux côtés, ou plan-convexe, ou même menisque, ou bien un miroir concave (on appelle ce verre ou ce miroir, *le verre* ou *le miroir objectif*:) 2°. de voir distinctement & même de grossir cette image par le moyen d'un ou de plusieurs autres verres, (qu'on appelle *oculaires*, parce qu'ils sont placés du côté où l'on doit mettre l'œil.)

222. Il y a donc deux sortes de Télescopes & de Microscopes : les uns se font simplement par des verres, les autres par des miroirs & des verres, & ceux-ci pour cette raison s'appellent *Catadioptriques*.

223. On appelle *champ* d'un Télescope ou d'un Microscope tout l'espace que peut voir un œil placé au point où il doit être, pour jouir de tout l'effet du Télescope ou du Microscope.

224. Quand dans la suite on parlera en général du *foyer* d'un verre ou d'un miroir, on entendra le lieu du concours des rayons réfractés ou réfléchis, en supposant l'objet à une distance infinie, ou que les rayons incidens, partis d'un même point de l'objet, sont paralleles entr'eux. Il en sera de même quand on dira qu'un verre ou qu'un miroir a tant de pieds ou de pouces de foyer.

225. Une lentille ou un miroir ſphérique quelconque étant donnés, on peut déterminer, par voie d'expérience, la longueur de leur foyer, en cette ſorte.

I. Si c'eſt un miroir concave ou une lentille convexe, préſentez-les au Soleil, & cherchez le point où les rayons réfléchis ou réfractés, reçus ſur un plan, formeront le cercle le plus petit d'un blanc le plus vif, & où les matieres combuſtibles ſont plus promptement enflammées; ce point ſera le foyer. Ou bien, couvrez la ſurface du miroir, ou une des ſurfaces du verre avec du papier noirci, & percé de pluſieurs petits trous d'épingle, & cherchez à quelle diſtance tous les rayons du Soleil qui paſſent par ces trous ſe réuniſſent en une ſeule tache blanche : ou enfin préſentez le verre ou le miroir à un flambeau aſſez éloigné pour être au-delà des centres de ſphéricité, cherchez à quelle diſtance du flambeau & du miroir, ou du verre, il faut poſer un plan, pour qu'il s'y forme une image renverſée du flambeau, la plus diſtincte & la plus petite qu'il eſt poſſible : alors vous aurez les données néceſſaires pour calculer par les formules des miroirs & des lentilles, le rayon de ſphéricité qu'ils doivent avoir, & par conſéquent la longueur du foyer qui en eſt la moitié dans le miroir, qui lui eſt égale dans les lentilles également convexes des deux côtés, & qui en eſt le double dans les verres plan-convexes.

226. II. Si c'eſt un miroir convexe ou une lentille concave, on couvrira la ſurface du miroir, ou une des ſurfaces de la lentille, avec du papier noirci & percé de pluſieurs petits trous diſpoſés en circonférence de cercle. Les rayons du Soleil qui paſſeront par ces trous, & qui ſeront reçus ſur un plan, y feront des taches rondes & blanches, qui iront en s'écartant les unes des autres en circonférence de cercle, à meſure qu'on éloignera le plan; & lorſque le diametre de cette circonférence ſera double de celui du cercle des petits trous, la diſtance du plan au milieu du miroir ou du verre, ſera égale à la longueur du foyer qu'on cherche.

227. Pour faire cette expérience, lorſque le miroir eſt

convexe, il faut que le plan ſur lequel on veut recevoir les taches, ſoit percé d'un trou un peu plus grand que le cercle des petits trous d'épingle, afin que la lumiere du Soleil puiſſe parvenir au miroir.

ARTICLE II.

Des Téleſcopes par Réfraction.

228. ON conſtruit ordinairement trois ſortes de Téleſcopes par réfraction ou ſans miroir, qui différent entr'elles dans la figure, la poſition, & le nombre des oculaires.

229. La premiere eſpece de Téleſcopes, qu'on appelle *Lunette de Hollande*, ou *Lunette de Galilée*, (c'eſt celle qui a été inventée la premiere, vers l'an 1609, & qui a été ſeule en uſage pendant près de quarante ans,) a pour oculaire un verre concave ou plan-concave PQ, (Fig. 31) placé entre l'objectif MN & ſon foyer *o*, en ſorte que les axes des deux verres concourent en une même droite A*o*, & leurs foyers en un même point *o*.

230. Par cette conſtruction, il eſt évident 1°. que parce que la ſurface de l'objectif peut être beaucoup plus grande que l'ouverture de la prunelle, il peut tomber ſur l'objectif une quantité de rayons partis d'un même point d'un objet, beaucoup plus grande que celle qui pourroit entrer dans l'œil. 2°. Que l'objet étant comme infiniment éloigné, les rayons incidens & paralleles (repréſentés ici par AD, & par ſes deux paralleles,) qui par la réfraction faite en traverſant l'objectif MN, convergeroient au point *o*, redeviennent paralleles (197) après avoir traverſé l'oculaire; mais que comme l'oculaire a été placé vers la pointe *o* du cône des rayons réunis par l'objectif, & que les rayons ſont fort denſes vers cette pointe, ces mêmes rayons ſont fort denſes en ſortant de l'oculaire. 3°. Que par conſéquent, ſi

au fortir de l'oculaire, ils font reçus par un œil d'une vue excellente, ou par un œil presbyte, ils doivent (211) y former une image du point de l'objet d'où ils font partis, laquelle est d'autant plus vive, que le faisceau de rayons sortants de l'oculaire est plus dense qu'il n'étoit en rencontrant l'objectif, & que l'ouverture de l'objectif est plus grande que celle de la prunelle.

231. A l'égard des points B de l'objet OB, qui font situés hors de l'axe A*o* du Télescope, il est clair qu'ils envoyent des rayons paralleles, (représentés ici par CD, & par ses deux paralleles) que l'objectif tend à réunir au point *b*, proche du point *o* (187), & qui rencontrant l'oculaire PQ, en sortent sensiblement paralleles & très-denses; de sorte qu'un œil presbyte ou un œil d'une vue excellente, en doit recevoir une image très-vive du point B : mais parce qu'au sortir de l'oculaire, le faisceau qui forme cette image, diverge du faisceau qui forme celle du point *o*, un même œil ne peut recevoir en même tems ces deux images, à moins que sa prunelle ne soit assez ouverte & assez proche du concours F des directions de ces deux faisceaux; d'où il suit qu'*en regardant un objet par le moyen de ce Télescope, on voit un nombre de ses parties, d'autant plus grand, que l'œil est plus proche de l'oculaire, & que l'ouverture de la prunelle est plus grande.* Et parce que l'ouverture de la prunelle est naturellement fort petite, & qu'elle se rétrécit involontairement à proportion de la lumiere qui y entre, il est clair que *le champ de ces sortes de Télescopes est d'autant plus petit que l'objet est plus lumineux, & que l'oculaire est d'un plus grand foyer.* Enfin parce que la nature de la lumiere ne permet pas de mettre des oculaires d'un aussi petit foyer qu'on veut, qu'au contraire les foyers des oculaires doivent être plus longs, à proportion de la longueur des foyers des objectifs, comme on le verra dans la suite, (270) il suit que *le champ de ces sortes de Télescopes est d'autant plus petit, que le Télescope est plus long.* C'est cet inconvénient qui en a aboli l'usage pour les objets fort éloignés, & qui par conséquent demandent de longues lunettes : on n'en fait plus gueres

de cette espece, que ceux qui doivent être fort courts, pour ne pas trop grossir les objets, tels que sont ceux qu'on nomme vulgairement *Lorgnettes d'Opéra.*

232. On voit encore par la construction de ce Télescope, que les objets y doivent paroître droits : car le faisceau *c* de rayons qui fait voir l'extrémité B de l'objet qui est au-dessous de l'axe AK, est aussi reçu par l'œil dans une direction *c*F, qui vient de dessous l'axe.

233. *Si* on suppose que *l'objet s'approche de plus en plus vers l'objectif*, il est clair (196) que son image s'en éloignera à proportion, & par conséquent *il faut éloigner aussi l'oculaire, en allongeant la Lunette*, afin que son foyer concoure toujours avec l'image formée par l'objectif.

234. Si l'œil appliqué sur l'oculaire est myope, il faut rapprocher l'oculaire vers l'objectif, afin qu'il voye distinctement. Car alors les faisceaux de rayons qui sortoient de l'oculaire paralleles entr'eux, en sortent divergens ; puisque (197) à mesure que l'objet *bo* s'éloigne du foyer du verre concave, les rayons réfractés convergent vers la partie opposée, & par conséquent ils divergent du côté où est l'objet *bo*, c'est-à-dire, du côté où l'œil est placé.

235. II. La seconde espece de Télescope, & presque la seule dont on fasse usage dans les observations des astres, & qu'on appelle pour cette raison *Lunette astronomique*, n'a aussi qu'un oculaire, c'est une lentille PQ (Fig. 32) convexe d'un ou des deux côtés : elle est placée de sorte que son foyer *o* concoure avec celui de l'objectif MN ; mais ce foyer commun est entre les deux verres.

236. Selon cette construction, il est clair 1°. que les rayons partis d'un point O d'un objet OB infiniment éloigné, (ils sont représentés ici par AD, & par ses deux paralleles ; on suppose encore que le point O est dans la droite qui passe par le centre des deux verres, laquelle s'appelle l'*axe* de la Lunette;) ayant traversé l'objectif, vont en se croisant à son foyer, y former une image *o* du point O.

237. 2°. Que cette image peut être regardée comme un objet placé au foyer de l'oculaire PQ, & que par conséquent

les rayons qui l'ont formée venant à tomber sur l'oculaire; doivent (196) en sortir paralleles entr'eux, mais d'autant plus denses, que le foyer de l'oculaire est plus court que celui de l'objectif : ils doivent donc former dans un œil presbyte (211) ou dans un œil d'une vue excellente, une nouvelle image du point O, d'autant plus vive, que la surface de l'objectif sera plus grande, ou qu'elle aura admis plus de lumiere.

238. 3°. Qu'à quelque distance de l'oculaire que l'œil soit placé, pourvu qu'il soit dans la route du faisceau de rayons paralleles qui en sort, il doit voir également bien l'image que ce faisceau a formée au foyer commun de l'objectif & de l'oculaire.

239. 4°. Que les rayons paralleles partis de l'extrémité B de l'objet OB, doivent former en *b* près du foyer *o*, une image de cette extrémité (188), & que tombant ensuite sur l'oculaire, ils doivent en sortir paralleles entr'eux, mais d'autant plus inclinés à l'axe AF, que la courbure de l'oculaire est plus grande, en sorte que l'axe du faisceau qu'ils forment, doit aller couper l'axe commun des deux verres au foyer F de l'oculaire. Et par conséquent pour qu'un œil puisse voir toute l'image *o b* à la fois, il faut qu'il soit placé au point F où est l'interfection commune de tous les faisceaux de rayons venus de chaque point de l'image *o b*, ou de l'objet OB.

240. 5°. Que l'objet OB doit paroître renversé, puisque son image *o b*, qu'on voit par le moyen de l'oculaire, a une situation opposée à celle de l'objet; & qu'on voit l'extrémité *b* par des rayons qui s'écartent de l'axe, en tendant au-dessus, tandis que le point B est au-dessous.

241. 6°. Que la grandeur du champ de ce Télescope dépend principalement de la grandeur de tout l'espace vers *o b*, qui peut être censé au foyer commun des deux verres : puisque l'œil placé au point F, peut voir (239) tous les points dont l'image est au foyer ou fort près du foyer de l'oculaire. Et c'est cet avantage qui a fait préférer ce Télescope à celui de la premiere espece.

242. 7°. Que si l'objet s'approche de plus en plus vers l'objectif, son image s'en éloigne à mesure (196), & que par conséquent il faut en éloigner aussi l'oculaire, en allongeant le Télescope, afin que l'image reste toujours au foyer de l'oculaire. On peut donc, à l'aide de ce Télescope, voir également bien les objets proches ou éloignés, en mettant les deux verres à une distance convenable.

243. 8°. Que si celui qui se sert de ce Télescope est myope, il doit rapprocher l'oculaire vers l'objectif; ou, ce qui est le même, vers l'image *ob*, afin que cette image étant alors placée entre l'oculaire & son foyer, les rayons qu'elle laisse tomber sur ce verre, en sortent divergens (196).

244. III. La troisieme sorte de Télescope, qui est la plus en usage pour voir les objets terrestres, n'est autre chose que le Télescope précédent, auquel on a ajouté seulement deux autres oculaires pour redresser l'image renversée. La Fig. 33. en fait comprendre aisément la construction. Les quatre verres MN, PQ, RS, TV, ont un axe commun A*f*. Le foyer de chacun concourt de part & d'autre avec le foyer de chaque verre, entre lesquels il se trouve. Les foyers de ces trois oculaires sont d'une égale longueur ordinairement. Soit OB, un objet infiniment éloigné: les rayons paralleles partis du point O, qui est dans l'axe de la Lunette, vont, en se croisant par la réfraction faite dans l'objectif, former au foyer *o* une image du point O; de-là tombant sur l'oculaire PQ, ils en sortent paralleles; rencontrant ensuite l'oculaire RS, ils en sortent convergens au foyer *ω*, où se croisant, ils forment une seconde image du point O; puis tombant sur l'oculaire TV, ils en sortent encore paralleles, & capables par conséquent de former dans un œil presbyte, ou dans un œil d'une vue excellente, une image vive de l'objet. De même, les rayons paralleles, partis de l'extrémité B de l'objet OB, après avoir traversé l'objectif, vont (187) former, en se croisant en *b*, une premiere image de ce point B; de-là tombant sur l'oculaire PQ, ils en sortent paralleles entr'eux, mais d'autant plus inclinés à l'axe A*f*, que le foyer de cet

oculaire est plus court : après avoir coupé cet axe en F, ils tombent sur le second oculaire R S, d'où ils sortent convergens, pour former en β une seconde image; puis se prolongeant, ils rencontrent l'oculaire TV, d'où ils sortent encore paralleles & inclinés à l'axe qu'ils vont couper au point *f*, où il faut placer l'œil pour voir l'image βω, comme ci-dessus (239), laquelle est droite, ou située de la même maniere que l'objet O B.

245. Ce Télescope qu'on appelle communément *Lunette à quatre verres*, a, comme on voit, les mêmes propriétés générale que la *Lunette astronomique*. Les avantages de cette derniere, & qui ont déterminé les Astronomes à s'en servir préférablement à l'autre, sont 1°. que la Lunette astronomique est capable d'un plus grand champ, 2°. qu'elle peut supporter un oculaire d'un foyer plus court, & par conséquent qu'elle grossit davantage. On verra dans la suite les raisons de ces deux propositions, 3°. qu'elle est plus courte; 4°. qu'il y a moins de perte de lumiere, n'y ayant que deux verres à traverser.

ARTICLE III.

Des Télescopes Catadioptriques.

246. L'Idée générale de la construction d'un Télescope Catadioptrique, est de détourner le faisceau de rayons partis de l'objet, & qui s'étant réfléchis sur la concavité d'un miroir sphérique, convergent pour former une image F (Fig. 35) de cet objet sur l'axe ou près de l'axe du miroir. La situation de cette image qui est en-deça du miroir & du même côté que l'objet, l'empêche d'être vue directement par le moyen d'un ou de trois oculaires; car il faudroit que le spectateur plaçât sa tête entre l'objet & l'image, ce qui empêcheroit la lumiere de l'objet de parvenir au miroir en assez grande quantité, & assez près de l'axe.

247. Pour éviter cet inconvénient, on place un petit

miroir plan IH, incliné à l'axe du miroir ſphérique de 45 degrés ; ce miroir plan renvoye en *o* la pointe du cône des rayons réfléchis où eſt l'image, & on ajuſte un ou trois oculaires dans la ligne *o*K, ſelon que l'on veut voir cette image renverſée ou droite ; pour cet effet, on perce le côté MN du tuyau du Téleſcope.

248. Le principal avantage de ce Téleſcope, qu'on appelle *Newtonien*, c'eſt de faire le même effet que les Téleſcopes à réfraction, quoiqu'il ſoit beaucoup plus court que ceux-ci ; ce qui vient de ce que l'image formée par l'objectif, n'en eſt éloignée dans le miroir ſphérique, que du quart de l'axe de ſphéricité, (l'objet étant ſuppoſé à une diſtance infinie,) au lieu qu'elle eſt éloignée du verre également convexe du demi-axe de ſphéricité ; de ce que cette image ne ſe trouve pas placée entre l'objectif & les oculaires, comme dans les Téleſcopes à réfraction de la ſeconde & de la troiſieme eſpece ; mais ſur-tout de ce qu'un même miroir objectif peut ſupporter des oculaires de foyers fort différents entr'eux, & même d'un foyer extrêmement petit ; ce qui fait qu'un même Téleſcope Catadioptrique équivaut à pluſieurs Lunettes à réfraction de différentes longueurs, parce que ces dernieres ne peuvent gueres être bonnes, qu'en leur donnant des oculaires dont les foyers ayent certains rapports avec ces deux objectifs ; & les limites de ces rapports ſont aſſez étroites, comme on verra dans la ſuite.

249. Dans l'uſage de ce Téleſcope, on voit que le miroir plan IH doit être mobile, pour faire tomber les images des objets au foyer de l'oculaire, puiſque (145) cette image s'éloigne du miroir objectif à meſure que l'objet s'en approche. Il faut auſſi que l'oculaire puiſſe couler le long du tuyau MN du Téleſcope, en même tems que le miroir plan IH ſe meut en-dedans de ce tuyau, afin que cet oculaire ait ſon foyer placé au ſommet du cône des rayons détournés par le Miroir plan IH.

250. On voit encore que les myopes doivent rapprocher un peu le miroir plan IH, afin qu'en plaçant l'image entre

l'oculaire & ſon foyer, les rayons ſortent de l'oculaire en divergeant autant qu'il eſt néceſſaire pour la leur faire voir diſtinctement.

251. On conſtruit encore une autre eſpece de Téleſcope Catadioptrique, moins ſimple, & propre à voir les objets terreſtres ainſi que les objets céleſtes, on l'appelle *Grégorien*: en voici une courte deſcription.

On préſente à un objet un miroir ſphérique-concave AB (Fig. 36); & un peu au-delà de l'image F, qui s'en forme ſur l'axe OF de ce miroir, on poſe un autre miroir ſphérique-concave CD, d'un foyer plus court, & d'une ouverture beaucoup plus petite, mais dont l'axe eſt dans la même droite que celui du premier miroir AB: l'image F eſt à l'égard du miroir CD, comme un objet placé entre ſon foyer G, & ſon centre E; c'eſt pourquoi (143) il s'en forme ſur le même axe une ſeconde image H, laquelle eſt d'autant plus éloignée au-delà du centre E, que la premiere image F eſt plus près du foyer G du petit miroir; & parce qu'en approchant ce petit miroir de l'image F, ou en l'en écartant, on porte la ſeconde image H à la diſtance qu'on veut, on a coutume de la placer un peu en deçà du miroir AB, qu'on perce vers ſon milieu I, afin que l'image H puiſſe être vue à l'aide d'un oculaire PQ; & il eſt évident que cette image doit paroître droite. Car (147) elle eſt renverſée à l'égard de l'image F, laquelle eſt renverſée à l'égard de l'objet.

252. Lorſque l'objet eſt fort lumineux, on peut, pour aggrandir la ſeconde image, la faire tomber vers O au-delà du miroir AB, & placer en O le foyer d'un oculaire PQ, afin que les rayons qui tendent à former l'image vers O, tombant ſur cet oculaire, en ſortent paralleles, & ſoient reçus enſuite ſur un autre oculaire placé au-delà du point O, qui les faſſe converger en un point où il faut mettre l'œil.

253. On voit que dans ces deux ſortes de Téleſcopes le petit miroir placé dans l'axe du grand, arrête néceſſairement tous les rayons paralleles à l'axe, qui tomberoient

fur le milieu du miroir objectif; c'est pourquoi il est indifférent qu'en cet endroit le miroir soit percé, ou non.

254. Les désavantages de ces Télescopes sont, qu'ils ont peu de champ; qu'ils sont difficiles à diriger vers les objets; qu'ils demandent des précautions extraordinaires, tant dans leur construction que dans leur usage; qu'ils sont d'une très-grande dépense, & très-faciles à gâter.

ARTICLE IV.

Des Microscopes.

255. I. LA premiere espece de Microscopes qui soit en usage, est une simple Lentille MN (Fig. 34) convexe d'un ou des deux côtés, & qu'on appelle en général *une Loupe*. En la présentant à un objet OB, de sorte que le foyer qui est sur son axe, tombe sur le point O que l'on veut considérer, les rayons qui partent de ce point pour traverser la Loupe, en sortent paralleles (196) & par conséquent propres à former une image de ce même point dans un œil presbyte, ou dans celui d'une vue excellente, placé à une distance quelconque sur leur direction. (Un œil myope verroit également le point O, en le plaçant un peu en-deçà du foyer de sa Loupe.) Le point B de l'objet OB, assez voisin de l'axe de la Loupe pour être censé à son foyer, envoye aussi des rayons qui sortent de la Loupe sensiblement paralleles entr'eux, mais d'autant plus inclinés à l'axe, que la convexité de la Loupe est d'une plus petite sphere, ou que son foyer est plus court. C'est pourquoi en plaçant l'œil vers le point *o* de cet axe, par où passe le rayon principal BC, (& par conséquent l'œil doit être fort près de la Loupe,) on verra distinctement l'objet OB, sous l'angle B*o*O, lequel fera paroître cet objet d'autant plus gros, qu'il est situé plus en-deçà de la portée ordinaire de la vue.

256. Par exemple, de ce qu'un homme d'une vue ordi-

naire ne peut distinguer parfaitement les objets, à moins qu'ils ne soient éloignés de son œil d'environ 7 à 8 pouces, si $o\omega$ représente cette distance, on ne pourra s'imaginer que le diametre OB de l'objet qu'on voit distinctement à l'aide de la Loupe, soit aussi proche de l'œil qu'il l'est réellement; mais on le croira situé vers ω, de sorte qu'il paroîtra aggrandi (79) dans le rapport de $\omega\beta$ à OB, ou de $o\omega$ à oO. D'où on voit *que la grosseur apparente des objets vus à l'aide d'une Loupe, dépend en partie de la conformation de l'œil.*

257. II. A la place d'une Loupe, on se sert très-avantageusement d'une petite sphere de verre, qu'on forme très-facilement en faisant fondre un petit morceau de glace à la flamme d'une meche imbibée d'esprit de vin pour éviter la fumée qui se mêlant avec le verre en fusion, rend les globules opaques. Car en reprenant la formule générale du N°. 182, & y faisant $e = 2r$, $r = R$, $d = \infty$, en substituant, elle se réduira à une formule générale pour les foyers des spheres, $x = \frac{r(2q-p)}{2(p-q)}$: mettant donc ici 20 pour q & 31 pour p, on a pour les spheres de verre $x = \frac{9}{22} r$. C'est-à-dire, que si on place un objet sur l'axe d'une sphere, à la distance de $\frac{9}{44}$ ou d'environ $\frac{1}{5}$ de son diametre, les rayons de lumiere qui entreront dans la sphere près de cet axe, en sortiront paralleles entr'eux; on pourra donc voir distinctement cet objet, qui paroîtra d'autant plus grossi, qu'il sera placé plus près de l'œil, & par conséquent que la sphere sera d'un plus petit diametre.

258. On peut encore faire une espece de Microscope simple avec une boule de verre pleine d'eau. Elle fera à-peu-près le même effet qu'une petite sphere d'eau, à cause que l'épaisseur du verre de la boule étant très-petite, & formée d'ailleurs de deux surfaces concentriques, la réfraction se fera à-peu-près comme si la boule étoit toute d'eau. Mais parce que la réfraction est moindre dans l'eau que dans le verre, puisque (130) le sinus d'incidence dans l'eau est au sinus de l'angle brisé comme 4 à 3, le foyer de la boule, où l'objet doit être posé, afin que les rayons qu'il

envoye ſur la boule en ſortent paralleles, eſt à la diſtance d'un demi-diametre de ſphéricité de la boule ; ce qu'on trouve facilement par la formule générale des foyers (257) des ſpheres, en faiſant $p = 4$ & $q = 3$; car elle ſe réduit à $x = r$. D'où l'on voit qu'à diametre égal, ces boules ne groſſiſſent pas tant les objets, que celles qui ſont purement de verre.

259. On peut auſſi faire une loupe purement d'eau, en faiſant un petit trou dans une plaque mince de métal, & en le rempliſſant d'une goutte d'eau poſée avec la tête d'une épingle, afin que la plaque ne ſoit pas mouillée vers les bords du trou, & que la goutte garde ſa rondeur de part & d'autre. Cette Loupe d'eau fera encore un meilleur effet, ſi dans chacune des deux faces oppoſées d'une plaque épaiſſe d'environ $\frac{3}{4}$ de ligne, on fait une très-petite cavité ſphérique ſur un axe commun, & d'un rayon inégal, en ſorte qu'il ne reſte entr'elles qu'une très-petite épaiſſeur qu'on percera d'un trou d'éguille ; & on remplira le tout avec une goutte d'eau.

260. III. La ſeconde eſpece de Microſcopes a beaucoup de rapport au Téleſcope aſtronomique. Elle eſt compoſée de deux lentilles convexes, dont l'objectif MN (Fig. 37) eſt d'un foyer fort court : on place un objet OB un peu au-delà, afin que (196) ſon image *ob* ſoit éloignée & groſſie à proportion ; on place enſuite le foyer d'un oculaire au lieu où eſt cette image, afin de la voir diſtinctement.

261. On voit par cette conſtruction, 1°. que *la diſtance de l'image à la Lentille objective doit beaucoup varier, pour peu que celle de l'objet* OB *varie* (196) ; & comme il eſt difficile de s'aſſurer de placer un objet aſſez poſitivement en une place fixe, ou à une diſtance donnée ; dans l'uſage de ce Microſcope, il faut toujours avancer ou reculer l'oculaire, juſqu'à ce qu'on voye diſtinctement l'image de l'objet : ou bien il faut pouvoir procurer à l'objet ou à tout le Microſcope, un mouvement auſſi doux qu'on veut ; ce qui s'exécute avec plus ou moins de facilité, ſelon la conſtruction de la monture de ce Microſcope. 2°. Que *l'objet*

paroît d'autant plus gros, que son image ob *est plus éloignée de l'objectif* MN, *& qu'étant vue à l'aide de l'oculaire, elle est plus en-deçà de la portée ordinaire* (256) *pour être vue distinctement à la vue simple.* 3°. Que *la grosseur apparente de l'objet doit varier à proportion qu'on l'éloigne de l'objectif*, puisqu'à proportion l'image *ob* s'en rapproche aussi, & diminue en même tems.

262. IV. On place quelquefois un oculaire à-peu-près au milieu entre l'objectif MN & l'image *ob*, afin que cette image se fasse beaucoup plus proche de l'objectif, & que par conséquent le tuyau du Microscope devienne plus court : on aggrandit même par ce moyen le champ du Microscope, comme on le peut voir en construisant une figure, & en raisonnant comme au n°. 220.

263. V. Enfin on peut construire des Microscopes Catadioptriques, en plaçant un objet entre le centre d'un miroir concave & son foyer, afin que l'image qui se porte (143) au-delà du centre, puisse être vue distinctement par le moyen d'un oculaire. Smith décrit aussi un Microscope formé de deux miroirs sphériques, l'un concave & l'autre convexe, percés tous deux d'un trou rond, fait dans leur milieu, pour laisser un passage libre aux rayons de lumiere ; on place l'objet entre le centre & le foyer du miroir concave, & les rayons qui sont réfléchis sur ce miroir, sont reçus sur le miroir convexe, qui les renvoye former l'image vers le trou du miroir concave, où on la voit par le moyen d'un oculaire.

ARTICLE V.

Remarques générales sur les Télescopes & Microscopes.

264. I. LA *tangente de l'angle sous lequel le demi-diametre d'un objet est vu par un des deux premiers Télescopes*, & même par le troisieme, en supposant les trois oculaires d'un foyer égal, *est à la tangente de l'angle sous lequel on le voit*

voit à la vue simple, comme la longueur du foyer de l'objectif, est à la longueur du foyer de l'oculaire, en négligeant l'épaisseur de ces verres.

Car on voit l'extrémité B de l'objet (Fig. 31 & 32) par le faisceau F*c* de rayons paralleles, & son extrémité O par le faisceau *o*K : donc l'angle *c*FK des axes de ces faisceaux est celui sous lequel on voit l'objet par le moyen du Télescope : & à cause que l'image *ob* est au foyer de l'oculaire PQ, les rayons qui partent du point *b* (considéré comme un objet isolé) pour tomber sur l'oculaire, doivent (196) sortir paralleles au rayon principal *b*K ; donc l'angle *c*FK = *b*K*o*. Mais l'angle ODB ou son égal *b*D*o* (puisque (195) le rayon BD traverse le verre MN sans se briser) est celui sous lequel un œil placé en D verroit l'objet OB sans le Télescope : donc l'angle sous lequel on voit l'objet par le Télescope, est à l'angle sous lequel on le voit sans Télescope, comme l'angle *b*K*o* est à l'angle *b*D*o*. Or dans les triangles rectangles *b*K*o*, *b*D*o*, en prenant *bo* pour rayon, *o*K est la cotangente de *b*K*o*, & *o*D la cotangente de *b*D*o*. Donc ces cotangentes sont comme *o*K à *o*D ; donc (Elem. 737) les tangentes des angles *b*K*o*, *b*D*o*, sont entr'elles comme *o*D à *o*K.

265. Coroll. I. Puisque (77) les grandeurs apparentes des objets vus à travers les verres & les miroirs dépendent principalement des angles optiques, sous lesquels on voit leurs demi-diametres, il suit que *la grandeur du diametre d'un objet vu au Télescope, est à sa grandeur à la vue simple, comme la longueur du foyer de l'objectif est à la longueur du foyer de l'oculaire :* ou ce qui est le même, *la grandeur apparente des diametres des objets vus aux Télescopes, est en raison composée de la directe des longueurs des foyers des objectifs, & de l'inverse des longueurs des foyers des oculaires.*

266. Coroll. II. De même, puisque (79) les distances apparentes des objets sont en raison inverse des angles optiques sous lesquels on voit leurs demi-diametres, il suit que *la distance apparente d'un objet vu avec une Lunette, est à la distance apparente à la vue simple, comme la longueur*

du foyer de l'oculaire, est à la longueur du foyer de l'objectif.

267. Ce qu'on vient de faire voir à l'égard des Téleſcopes par réfraction, eſt vrai à l'égard des Téleſcopes Catadioptriques, & à l'égard des Microſcopes de la ſeconde eſpece, ainſi qu'on peut s'en convaincre en reliſant le tout ſur la Figure 35, en mettant les lettres virgulées *o'*, *b'*, *c'*, K', F', à la place des lettres *o*, *b*, *c*, K, F, & en ſuppoſant le rayon incident OD, aſſez près de l'axe, pour qu'on puiſſe prendre le Triangle *o' b'* D pour rectangle; & dans la Figure 37 en liſant *la diſtance de l'image à l'objectif*, à la place de *la longueur du foyer de l'objectif.*

268. COROLL. III. *Pour voir les objets à l'aide d'une Lunette, en ſorte qu'ils paruſſent les plus gros qu'il eſt poſſible, il faudroit que le foyer des objectifs des Lunettes fût fort long, & celui des oculaires fort court;* & c'eſt pour cela qu'on emploie des Lunettes plus longues, à proportion que les objets ſont petits & fort éloignés : mais la figure ſphérique qu'on donne aux verres, & la nature de la lumiere ne permettent pas de profiter de cet avantage autant qu'on pourroit d'abord ſe l'imaginer; on en verra la raiſon dans la ſuite.

269. II. Les Téleſcopes & les Microſcopes qui ont une image de l'objet au foyer de l'oculaire, & du côté oppoſé à l'œil, ont cet avantage, que l'on peut meſurer toutes les dimenſions de cette image, en faiſant mouvoir dans tout l'eſpace qu'elle occupe, des fils extrêmement déliés; tels ſont ceux qu'on leve de deſſus une coque de ver à ſoie : (on appelle *Micrometre*, une machine deſtinée à procurer aux fils ce mouvement, & à en meſurer la quantité). Car ces fils ſe voyent très-diſtinctement, & l'oculaire eſt à leur égard un Microſcope de la premiere eſpece; on aura ces dimenſions avec d'autant plus de préciſion, que l'image ſera plus groſſie par l'oculaire, & que les fils ſeront plus exactement dans le même plan que l'image : & c'eſt ce dont on s'aſſûre, lorſque l'objet, la Lunette & les fils reſtant fixes, on meut l'œil en tout ſens, ſans que le même point de l'objet ceſſe de paroître ſur un même endroit du fil.

270. Si par le mouvement de l'œil on s'apperçoit que l'objet ne reste pas fixe à l'égard des fils, alors on dit qu'il y a *parallaxe*, mot qui exprime que l'on voit l'objet différemment placé sur les fils selon les différentes positions de l'œil. On corrige ce défaut en poussant le chassis qui porte les fils du Micrometre vers l'objectif ou vers l'oculaire, selon qu'en élevant l'œil, l'objet paroît s'élever ou s'abaisser à l'égard des fils.

271. *L'usage du Micrometre n'est sûr*, ou ce qui revient au même, l'effet de la parallaxe des fils n'est insensible, *qu'à proportion qu'on donne moins d'étendue au mouvement de ces fils, que l'ouverture de l'objectif est plus petite, & le foyer de l'oculaire plus long.* Car la sûreté du Micrometre dépend de la position de ses fils dans le plan précis où les foyers de l'objectif & de l'oculaire coincident exactement: Or le foyer de l'objectif & celui de l'oculaire sont (189) des surfaces sphériques qui se touchent en-dehors, & qui ne peuvent par conséquent être censées coincider dans un espace sensiblement plan, qu'à proportion que cet espace a moins d'étendue, & que les deux spheres sont d'un plus grand rayon. On verra dans la suite (279 & 298) que les images des objets ne forment sensiblement la surface d'une même sphere, qu'à proportion qu'on diminue l'ouverture des objectifs.

272. III. Si en gardant la même ouverture à l'objectif d'un même Télescope, on veut employer successivement différents oculaires pour voir un même objet, on le voit d'autant plus obscur, que le foyer de l'oculaire est plus court. Car les faisceaux de rayons paralleles, qui s'entrecoupent tous au lieu où l'œil doit être placé, forment une espece de cône, dont l'oculaire est la base, & le sommet dans l'œil: Ce sommet est d'autant plus obtus, que le foyer de l'oculaire est plus court; d'où il suit que les rayons de lumiere entrent dans l'œil plus écartés ou moins denses, & que par conséquent l'image qu'ils y forment, est d'autant moins vive, quoique plus grosse. *L'obscurité des images est en raison inverse des quarrés des longueurs des foyers des oculaires.* Car la quantité de lumiere étant la même, (à cause de

l'ouverture de l'objectif qui est la même), l'obscurité est d'autant plus grande, que la densité de la lumiere est plus petite : la densité est d'autant plus petite, que l'espace que la lumiere occupe est plus grand; c'est-à-dire, que les aires des images sont plus grandes, & par conséquent (Elem. 608) que les quarrés des diametres apparents des objets sont plus grands. Ainsi l'obscurité dans les Télescopes est en raison directe des quarrés des diametres apparents des images. Mais (265) les diametres apparents sont en raison composée de la directe des longueurs des foyers des objectifs, & de l'inverse de celle des foyers des oculaires; & par conséquent la longueur du foyer de l'objectif restant la même; les diametres apparents des images sont en raison inverse des longueurs des foyers des oculaires : donc l'objectif étant le même, l'obscurité des images est en raison inverse des quarrés des longueurs des foyers des oculaires.

273. IV. Deux Télescopes ou deux Microscopes sont censés également bons dans leur espece, lorsqu'ils font voir les objets avec la même clarté, ou avec une même vivacité de lumiere; or en supposant les objectifs & les oculaires d'une matiere également bonne, d'une figure & d'un poli également parfaits, *la clarté des objets est en raison composée de la raison directe des quarrés des diametres de l'ouverture de l'objectif, & de l'inverse du quarré du nombre de fois dont chaque Télescope ou Microscope augmente le diametre des objets.* Si donc c exprime la clarté, d le diametre de l'ouverture, a la distance de l'objectif à l'image, b la longueur du foyer de l'oculaire, & par conséquent (265) $\frac{a}{b}$ le nombre de fois dont le diametre des objets est augmenté, je dis que $c = \frac{bbdd}{aa}$.

Car les aires des images formées sur la rétine sont comme les aires des images formées par l'objectif; & ces aires sont (Elem. 608) comme les quarrés de leurs diametres, & par conséquent (265) comme $\frac{aa}{bb}$. Si donc ces aires des images de la rétine sont les mêmes, leurs clartés seront comme la

quantité de lumiere qui passera par les ouvertures des objectifs : cette quantité est comme l'aire des ouvertures, & par conséquent comme les quarrés des diametres des ouvertures (Elem. 608). Ainsi les quarrés des augmentations du diametre de l'objet étant les mêmes, les clartés des images sont comme les quarrés des diametres des ouvertures des objectifs, ou $c = dd$. Mais si les ouvertures des objectifs étoient égales, les quantités de lumiere seroient égales, & la clarté des peintures seroit (272) en raison inverse des quarrés des diametres des images, ou $c = \frac{bb}{aa}$. Donc les ouvertures des objectifs étant différentes, & les augmentations des diametres des objets n'étant pas les mêmes, l'expression de la clarté des images sera $c = \frac{bbdd}{aa}$.

274. V. Les grands Télescopes, tels que ceux qui grossiroient les diametres des objets 80, 100 fois ou plus, ne peuvent servir à voir distinctement les objets terrestres, mais seulement les astres. Car la lumiere des objets terrestres, déjà beaucoup plus foible que celle des astres, se trouve alors trop dispersée dans les larges images que forment les objectifs de ces Télescopes. D'ailleurs cette lumiere vient en rasant la surface de la terre ; elle est à chaque pas arrêtée en partie ou détournée par les molécules grossieres qui s'élevent dans l'atmosphere, & qui sont dans une agitation continuelle ; d'où il résulte un tremblement dans les parties de l'image qui paroît mal terminée. Ce dernier inconvénient est sensible, lorsqu'on observe les astres par un tems chargé de vapeurs humides ou agitées par la chaleur, ou par un vent très-violent, quoique le ciel paroisse clair & sans nuages.



CHAPITRE VI.

Des obstacles qu'on rencontre dans la construction des Télescopes & des Microscopes, & qui les rendent nécessairement imparfaits.

275. ON rencontre deux sortes d'obstacles dans la construction de toutes les machines dioptriques & catoptriques : le premier vient de la figure que l'on doit donner aux surfaces réfringentes ou réfléchissantes, laquelle ne peut être que plane ou sphérique ; du moins il est très-difficile & comme physiquement impossible d'en donner exactement une autre : le second vient de la décomposition qui se fait des rayons de lumiere, lorsqu'ils se réfractent ou qu'ils se réfléchissent.

ARTICLE I.

Des obstacles qui viennent de la sphéricité des surfaces, & de la maniere d'y remédier.

276. ON a vu dans le calcul des formules qui ont servi (134 & 182) à déterminer les longueurs des foyers des surfaces sphériques réfringentes & réfléchissantes, qu'on a supposé que la courbure de cette surface étoit insensible depuis l'axe de sphéricité qui passe par l'objet, jusqu'au point d'incidence du rayon parti du même objet, & qui tombe obliquement sur cette surface. Dans cette hypothese les formules font voir que tous les rayons partis d'un même point vont se couper après leur réflexion ou réfraction, en un seul & même point : & comme cette hypothese ne peut être vraie géométriquement, il suit qu'il n'y a pas de point unique où se fasse l'interfection de tous les rayons partis d'un

même point d'un objet, puis réfléchis ou réfractés par des surfaces sphériques: & qu'ainsi ce que nous avons appellé le *foyer*, ou le lieu de la vraie image, ne peut être que le lieu où se fait l'intersection de plus de ces rayons. Les points où se forment les intersections des autres rayons, sont d'autant plus multipliés, que la surface réfléchissante ou réfringente est d'un plus grand nombre de degrés : on en peut voir un exemple & le calcul au n°. 136.

277. Chaque point d'intersection étant le lieu d'une image d'autant plus sensible, qu'il y a plus de rayons qui s'y entrecoupent, on voit que *toutes ces images voisines de la véritable*, *la doivent rendre confuse & défigurée.*

278. Etant donnés le nombre de degrés de l'étendue d'une surface réfringente ou réfléchissante, on peut calculer la longueur du foyer des rayons qui tombent sur ses bords (136 & 184), & en la comparant à celle qu'on déduit des formules générales pour les foyers, on en conclura l'espace qui est occupé par ces deux foyers extrêmes. Cet espace n'est gueres considérable que dans les Microscopes à réfraction, où, à cause de la petitesse du foyer de la lentille objective, sa courbure est très-sensible dans une petite étendue de sa surface.

279. On remédie à ces défauts causés par la sphéricité des surfaces, 1°. en donnant peu d'ouverture à la surface de l'objectif qui est tournée vers l'objet, en sorte que l'arc qui en mesure l'étendue, soit d'un très-petit nombre de degrés : ayant égard cependant à ce que ce peu d'ouverture n'empêche pas qu'il n'entre une quantité suffisante de lumiere, pour rendre les images claires & vives : 2°. en mettant un *diaphragme* à l'endroit du foyer. C'est une surface noire, plane & opaque, percée d'un trou rond, d'un diametre à-peu-près égal à celui de l'image du plus grand objet qu'on puisse voir distinctement par le moyen de l'oculaire. Les bords de ce diaphragme arrêtent les rayons inutiles, & les absorbent. 3°. On peint aussi le dedans du tuyau en noir, pour arrêter tous les rayons qui viennent des objets fort écartés de l'axe, & qui étant entrés très-

obliquement, pourroient, après s'être réfléchis dans le tuyau, venir traverser l'image ou l'oculaire, & rendre la vision confuse.

280. De sçavants Géometres avoient démontré quelles étoient les courbures qu'il falloit donner aux surfaces réfringentes & réfléchissantes, pour leur faire réunir en un seul & même point, tous les rayons partis aussi d'un même point : mais malheureusement la sphéricité des surfaces est le plus petit des obstacles qui s'opposent à la perfection des machines d'Optique.

ARTICLE II.

Des obstacles qui viennent de la décomposition des rayons de la lumiere.

NOus avons avancé en parlant de la Vision (15), que la lumiere étoit un composé de rayons de différentes especes, de la combinaison desquelles dépendoient les couleurs : il faut montrer ici en peu de mots les principales expériences sur lesquelles cette assertion est fondée.

281. I. Supposons une chambre obscure (préparée comme au N°. 5) que C (Fig. 38) soit un petit trou par lequel un faisceau AB de rayons du soleil entre, & va former en D sur un carton blanc exposé au trou ou sur la muraille opposée L K, une image blanche de cet astre, composée (50) d'autant de cercles lumineux confondus, qu'il y a de points dans la surface du trou. Si l'on intercepte ces rayons, en y présentant une des faces QR d'un prisme triangulaire de verre, tellement situé, que son axe soit dirigé perpendiculairement à l'axe de ce faisceau ; alors l'image blanche D du soleil se change en une figure lumineuse FG, placée plus haut, oblongue, arrondie par les deux bouts, applatie par les côtés, & composée des sept couleurs de l'arc-en-ciel, en sorte que l'espace *r* est rouge,

l'espace *o* orangé, l'espace *i* jaune, &c.

282. D'où on voit 1°. que cette figure (ou *spectre*) n'a pû se former ainsi, à moins que les rayons du faisceau A B, qui sans le prisme seroient restés confondus jusqu'en D, n'ayent été séparés en se réfractant sur les deux faces inclinées Q R, P R.

283. 2°. Que l'image D étant blanche, & le spectre FG étant composé de toutes les couleurs successives de l'arc-en-ciel, *le blanc ne doit être autre chose qu'un mélange de toutes les couleurs ensemble ; & chacune des autres couleurs, que des rayons d'une certaine espece.* Ce qui se prouve d'ailleurs par une infinité d'expériences, entr'autres par celle-ci.

284. II. Si l'on met une lentille convexe à la place où est le spectre FG, pour réunir en un même foyer tous les rayons qui le composent, en plaçant un plan uni à l'endroit de ce foyer, comme un carton, on y verra une image ronde & blanche. En rapprochant ce carton vers la lentille, l'image restera blanche vers le milieu ; elle sera terminée de rouge en bas, & de bleu pourpre par le haut, parce que la réunion des rayons n'est pas encore faite en cet endroit, & que le rouge domine vers F, le bleu & le pourpre vers G ; en éloignant le carton un peu au-delà du foyer par rapport à la lentille, on y voit une image blanche vers le milieu, bordée de rouge en haut & de bleu en bas, à cause que les rayons se sont croisés au foyer.

285. On voit 3°. que *les rayons rouges sont ceux qui se brisent le moins, ou qui sont les moins réfrangibles, ensuite les orangés, puis les jaunes*, &c. Et M. Newton a déterminé par des mesures fort exactes, que du passage de l'air dans le verre, le sinus de l'angle d'incidence est au sinus de l'angle brisé, (car ces deux sinus sont dans un rapport constant pour les rayons de la même espece,) ainsi qu'il est exprimé dans la Table suivante.

※

Pour toutes les nuances successives des rayons véritablement

		depuis	jusqu'à	
Rouges	comme	1, 54	1, 5425	à 1.
Orangés		1, 5475	1, 544	
Jaunes		1, 544	1, 54667	
Verds		1, 54667	1, 55	
Bleus		1, 55	1, 55333	
Pourpres		1, 55333	1, 55555	
Violets		1, 55555	1, 56	

286. Il est aisé de reconnoître à la vue des termes confus de chacune des couleurs du spectre, & de sa figure oblongue arrondie par les bouts, qu'il n'est qu'un amas d'images circulaires du soleil, qui sont chacune d'une couleur plus ou moins foncée, en suivant l'ordre que nous avons énoncé ci-dessus.

287. III. Si après avoir fait un trou à l'endroit du carton où le spectre FG se peint, en sorte qu'il ne passe par ce trou que des rayons rouges, on y présente un ou successivement plusieurs prismes, une ou plusieurs lentilles de verre ; la lumiere qui les traversera, ne donnera plus que du rouge, quelque réflexion ou réfraction qu'on lui fasse souffrir, quelle que soit la couleur des verres au travers desquels on la fera passer, & celle des plans sur lesquels on l'arrêtera. Il arrivera seulement que ce rouge sera plus ou moins vif, selon que les couleurs de ces verres ou de ces plans seront plus ou moins analogues au rouge. Il en est de même des autres rayons colorés, lesquels étant une fois séparés des autres, ne peuvent plus perdre leur couleur.

288. On peut réunir ensemble, par une lentille de verre, deux ou trois des couleurs du spectre, & en former des couleurs composées à volonté ; les nuances en varieront selon les rapports des quantités de rayons de chaque espece : on les décomposera ensuite, si l'on veut, par le moyen du prisme.

289. IV. Soit un prisme isoscele QTH (Fig. 39) rectangle en T. Que sur la face TQ on fasse tomber un faisceau AK de lumiere du soleil, à-peu-près perpendiculairement à cette face, afin qu'il puisse y entrer sans se briser, une partie DL de ce faisceau se réfléchit sur la base HQ, & sortant encore à-peu-près perpendiculairement à la face

HT, (à cause de l'angle droit T), elle va en faiſceau de rayons paralleles de D en M; & mettant la face GE d'un priſme FGE, à peu-près perpendiculairement à la rencontre de ce faiſceau, on forme un ſpectre *vr*, avec toutes ſes couleurs, (déſignées ici par les premieres lettres de leur nom) quoiqu'aſſez foibles, à cauſe du petit nombre des rayons réfléchis ſur HQ. Le reſte de la lumiere du faiſceau AD ſort du priſme HTQ, réfractée & diviſée en rayons de pluſieurs couleurs DR, DO, DI, &c. En tournant un peu le priſme HTQ, ſur ſon axe, de ſorte que l'angle d'incidence du faiſceau AD ſur la baſe HQ, commence à devenir trop grand, pour que la lumiere puiſſe ſortir du priſme en ſe réfractant, & que par conſéquent elle commence à ne pouvoir plus que ſe réfléchir, on voit d'abord diſparoître le rayon violet DU, puis le pourpre DP, enſuite le bleu DB, &c. mais en même tems les couleurs *v*, *p*, *b* du ſpectre *vr*, deviennent ſucceſſivement plus vives, ce qui fait voir que ces rayons qui diſparoiſſent, vont en ſe réfléchiſſant ſur HQ, ſe joindre au faiſceau DM, & qu'ainſi les rayons les plus réfractés ſont auſſi réfléchis les premiers. Mais comme on obſerve conſtamment qu'il n'y a aucune différence ſenſible entre l'angle d'incidence & l'angle de réflexion d'un faiſceau de rayon, il paroît que les rayons violets ne ſe réfléchiſſent les premiers, que parce qu'ils ſont déja ſéparés des autres au point D, & qu'ainſi la réflexion ne ſe fait qu'après une réfraction faite dans un très-petit eſpace compris entre le point d'incidence & le point de réflexion, de ſorte que les rayons infiniment peu ſéparés dans ce petit eſpace par la réfraction qu'ils y ſouffrent, en ſortent par la réflection ſous un angle égal à celui ſous lequel ils y ſont entrés.



ARTICLE III.

Application générale des propriétés précédentes de la Lumiere aux Télefcopes & aux Microfcopes.

290. DE la diverfe réfrangibilité des rayons de lumiere, il fuit évidemment, que ce que nous avons appellé l'*image* d'un point, faite au foyer d'un verre, ne doit être réellement qu'une fuite de points colorés *r*, *o*, *i*, *u*, *b*, *p*, *v*, (Fig. 40) arrangés felon l'ordre des couleurs de l'arc-en-ciel, en forte que le foyer *r* des rayons rouges eft le plus loin du verre, & le foyer *v* des rayons violets en eft le plus près. Ces derniers rayons colorés étant prolongés, après avoir coupé l'axe, vont traverfer ou du moins paffer fur les bords des images qui font plus loin du verre, ce qui les rend confufes, ou du moins les fait paroître entourées de franges colorées, dans lefquelles le bleu & le pourpre dominent ordinairement; & c'eft ce que les Opticiens appellent des *Iris*.

291. Cet inconvénient tombe principalement fur les images formées par les objectifs des Télefcopes & des Microfcopes, & fur-tout 1°. lorfque ces images fe font loin de l'objectif, parce que la féparation d'un faifceau de lumiere en rayons colorés, caufée par la réfraction, ne fe faifant que fous de très-petits angles, elle devient fenfible à proportion de la diftance de l'image à la furface réfringente ou réfléchiffante. 2°. Lorfque l'ouverture de l'objectif eft grande, c'eft-à-dire, que l'étendue de la furface de l'objectif qui reçoit la lumiere, eft un arc de plufieurs degrés; parce que plus cette ouverture eft grande, plus l'angle d'incidence des rayons qui tombent vers fes bords eft grand; leur réfraction eft donc à proportion plus grande, & en même tems les angles des écarts des rayons colorés font auffi plus grands; par conféquent les couleurs font plus féparées, & cette féparation devient plutôt fenfible.

ARTICLE IV.

Application aux Télescopes & Microscopes par Réfraction.

292. PAr le calcul de la formule générale trouvée ci-dessus (182), en faisant $q = 1$, & successivement $p = 1,54$ pour les rayons rouges, puis $p = 1,56$ pour les violets, on peut voir jusqu'où peut s'étendre le spectre coloré rv (Fig. 40) dans un Télescope. Ainsi en négligeant l'épaisseur du verre, ou faisant $e = 0$, $r = R$ & $d = \infty$, on réduira la formule à celle-ci, $x = \frac{pr}{2pp-2p}$. On aura donc pour le foyer des rayons rouges, $x = 0,9259r$, & pour celui des rayons violets, $x = 0,8928r$. Or il est aisé de voir que la différence 331 entre ces deux coefficiens, est la 28[e] partie du plus grand, puisque 9259 divisés par 331 ont 28 pour quotient: Donc *lorsque l'objet est à une distance infinie, la longueur du spectre coloré, formé par la différente réfrangibilité de la lumiere, est $\frac{1}{28}$ de la longueur du foyer de la lentille.*

293. Mais parce que la lumiere est la plus dense & la moins séparée qu'il est possible vers l'endroit CD, qui est sensiblement au milieu du spectre coloré, & où par conséquent on peut supposer le vrai lieu de l'image des objets blancs, tels que sont les astres, il suit 1°. que *dans un Télescope, les termes de la vision confuse, occasionnée par la différente réfrangibilité des rayons, sont de part & d'autre du vrai lieu de l'image des objets éloignés, à $\frac{1}{55}$ environ de la longueur du foyer de l'objectif.*

294. A cause des triangles semblables vCF, vAG, on a CF : Fv :: AG : Gv; donc CF est aussi $\frac{1}{55}$ de AG: Donc 2°. *le diametre* CD *des franges colorées qui entourent l'image* F *d'un point fort éloigné, est $\frac{1}{55}$ de l'ouverture de l'objectif.*

295. REM. I. En plaçant l'image en CD, l'effet des

images particulieres *r, o, j, u, b, p v*, est de jetter des nébulosités sur l'image F; & l'effet des rayons qui coupent CD, est d'entourer d'*Iris* cette image F : de sorte que chaque point sensible d'une image étant entouré d'Iris, & accompagné de nébulosité, l'image entiere d'un objet en devient confuse.

296. COROLL. I. Si l'objet vu par un Télescope est d'une certaine couleur, par exemple, rouge, il est clair que pour le voir distinctement, il faut allonger la lunette en retirant l'oculaire, parce que l'image la plus distincte de l'objet est vers *r*. Ce seroit le contraire s'il étoit bleu ou pourpre : d'où on voit que *le foyer des Télescopes & Microscopes varie selon la couleur des objets que l'on voit par leur moyen*. Il en est de même lorsque l'on voit les astres par un tems qui n'est pas parfaitement serein : selon que les vapeurs ou de legers nuages laissent passer plus de rayons d'une certaine couleur que d'une autre, l'image la plus sensible de cet astre se fait plus près ou plus loin de l'objectif, comme l'a remarqué M. Bouguer.

297. COROLL. II. Si au lieu de se servir de verre blanc pour faire l'objectif d'une lunette, on y employoit un verre coloré qui ne laissât passer que les rayons qui seroient de cette couleur, comme si on se servoit d'un verre bleu, alors les images ne pouvant être formées que par les rayons bleus partis de l'objet, elles ne seroient ni confuses ni entourées d'*Iris*, & l'on calculeroit exactement leur vrai lieu & leur grandeur, en employant le rapport de 1 à 1, 551667 dans la formule des Télescopes & Microscopes. Mais il arriveroit que ces images seroient trop foibles de lumiere pour être distinctes.

298. COROLL. III. Il est évident que les angles de dispersion des rayons colorés restans les mêmes, plus la droite AG sera petite, plus CF sera petite. On peut même dire que F*v* sera aussi plus petite, à cause que l'extension du foyer causée par la sphéricité du verre sera plus petite (279). *On diminue* donc *les Iris & les nébulosités de l'image* F, *à mesure qu'on diminue l'ouverture de l'objectif.* Mais comme

par ce moyen on perd de la lumiere, & à proportion de la clarté dans l'image, on voit qu'il faut régler l'ouverture des objectifs, de sorte qu'il y entre suffisamment de lumiere, que les images soient les plus nettes qu'il est possible, & sans Iris sensibles ; ce qu'on ne peut déterminer que par l'expérience, & selon la bonté des verres dont on se sert.

299. REM. II. En faisant de pareils calculs pour les microscopes, selon les circonstances & les dimensions données, on verra dans quel cas les Iris & les nébulosités occupent un espace plus ou moins considérable, & sont par conséquent plus ou moins sensibles ; d'où on déterminera combien on peut donner d'ouverture à l'objectif, pour laisser entrer le plus de lumiere qu'il est possible, sans rendre l'image confuse. Pour le plus sûr, on pourra couvrir l'objectif de diaphragmes de différents diametres successivement, pour trouver celui qui fait le meilleur effet dans les circonstances présentes.

300. REM. III. Les rayons pourpres & violets du Spectre coloré sont très-foibles, & presque toujours insensibles, à moins que l'objet n'ait une lumiere extrêmement vive, telle qu'est celle du soleil ; les rayons bleus sont même assez foibles, aussi-bien que les rayons rouges qui sont vers r. Il suit de-là 1°. que dans les Télescopes & Microscopes, il faut diminuer de beaucoup la longueur du spectre coloré réel, pour la réduire à celle du spectre coloré sensible, & celle du diametre des Iris réelles, pour le réduire à celui des Iris sensibles. M. Newton trouve qu'au lieu de $\frac{1}{55}$, on peut mettre $\frac{1}{250}$ environ. 2°. Que le vrai lieu CD de l'image F doit être placé entre les foyers des rayons jaunes & orangés, où, selon les expériences du prisme, la lumiere est la plus vive : (ce point se trouve en faisant dans la formule des foyers des verres $p = 31$ & $q = 20$).

301. REM. IV. En diminuant l'ouverture des objectifs, on n'ôte pas entiérement les Iris, on ne fait que les diminuer ; & ce qui en reste, paroît d'autant moins large & moins coloré, ou pour mieux dire, moins éloigné de la couleur de l'objet, que l'ouverture de l'objectif est plus

petite, & l'objet plus lumineux : d'où il suit que *les Iris augmentent le diametre apparent des images ;* ce qui a lieu aussi dans les objets qu'on regarde à la vue simple : l'ouverture de la prunelle fait à l'égard des images qui s'en forment dans l'œil, ce que fait l'ouverture de l'objectif à l'égard des images qui sont à son foyer. Par cette observation on rend raison de plusieurs illusions optiques ; par exemple, 1°. *pourquoi un feu vu de loin paroît sous un angle plus grand qu'on ne le trouve par le calcul de sa largeur réelle comparée à sa distance.* C'est ainsi que M. Picard observa qu'un feu large de 3 pieds, vu de nuit dans une Lunette à la distance de près de 32000 toises ou 16 lieues Parisiennes, avoit un diametre apparent de 8″, tandis qu'il ne devoit être que de 3″ & un quart. 2°. *Pourquoi les étoiles qui paroissent avoir un diametre sensible, s'évanouissent en un instant, lorsque le bord obscur de la Lune vient à les rencontrer en s'avançant assez lentement vers elles.* 3°. *Pourquoi les plus belles étoiles paroissent avoir un diametre à proportion plus petit, lorsqu'on les regarde avec un long Télescope, qu'avec un plus court*, qui par conséquent grossit bien moins les objets. Il faut remarquer que les ouvertures des objectifs des longs Télescopes sont à proportion plus petites que dans les Télescopes plus courts. Pour un Télescope astronomique de 30 pieds de long, on ne donne que 3 pouces d'ouverture à son objectif, & pour un Télescope de 3 pieds, on donne près d'un pouce d'ouverture. 4°. *Pourquoi en considérant la Lune avec un Télescope, lorsqu'elle est encore nouvelle, & que la lumiere que la Terre lui renvoie, est assez forte pour faire voir distinctement la partie de la Lune qui n'est pas éclairée par le Soleil, on voit que le demi-cercle lumineux qui termine la Lune du côté du Soleil, est sensiblement plus grand que le demi-cercle qui la termine du côté opposé.* 5°. *Pourquoi, lorsque le bord lumineux de la Lune s'avance vers une étoile de la premiere grandeur pour la cacher, cette étoile, dont la lumiere est beaucoup plus vive que celle de la Lune, ne s'éclipse qu'après avoir paru entrer toute entiere sur le disque de la Lune ;* si ce n'est que cette étoile reste visible, tant qu'elle ne se trouve pas derriere le vrai bord de la Lune,

Lune, & qu'elle n'eſt que dans l'eſpace tranſparent qu'occupe l'Iris qui entoure la Lune.

302. SCHOLIE. Il réſulte en général de toutes les obſervations précédentes, que ce n'eſt que par l'expérience & ſelon les différentes manieres dont les corps ſont éclairés & colorés, qu'on peut régler l'ouverture des objectifs des Téleſcopes & Microſcopes, le vrai lieu des images & le diametre des diaphragmes qu'on y doit placer pour en borner le champ.

303. A l'égard de la proportion qu'il doit y avoir entre la longueur du foyer de l'objectif & celle de l'oculaire, on ne doit auſſi la déduire que de l'expérience, parce qu'elle doit varier beaucoup ſelon les circonſtances de la perfection des objectifs, & de la lumiere de l'objet. Ainſi, avec un objectif bien travaillé, on pourra voir très-diſtinctement un objet fort lumineux, à l'aide d'un bon oculaire d'un foyer aſſez court, parce que l'image étant ſans défaut ſenſible & bien vive à cauſe de la régularité du verre qui n'a pas permis aux rayons de ſe réunir ailleurs que vers le foyer, on la pourra voir par une Loupe qui la groſſiſſe beaucoup : mais ſi l'objet eſt obſcur, on ne peut le voir que par un oculaire qui diſperſe peu la lumiere de ſon image, & dont par conſéquent le foyer ne ſoit pas trop court : ou ſi l'objectif a quelque défaut, ce qui rend auſſi l'image défectueuſe, parce que pluſieurs des rayons qui devoient la former, ſe trouvent diſperſés ou réunis ailleurs qu'au foyer, il ne la faut regarder qu'avec un oculaire qui groſſiſſe peu, afin que les défauts de l'image ſoient moins ſenſibles. Les objets qu'on veut voir de jour, demandent auſſi des oculaires plus foibles, à cauſe de la grande lumiere, qui étant entrée dans l'œil du ſpectateur, l'a ébloui avant que l'œil fût appliqué à la lunette.

304. On ne peut donc établir ſur toutes ces choſes aucune regle conſtante de pratique : ce ne doit être que par l'uſage des machines dioptriques, & par les meſures actuelles des dimenſions de celles qui ſont les plus eſtimées, que l'on doit ſe régler pour proportionner les parties de celles

qu'on voudroit conſtruire ſur leur modele. Ce qui doit s'entendre auſſi des tuyaux, montures, & en général de tout l'appareil néceſſaire pour l'uſage de ces machines.

305. Nous ajouterons ſeulement ici les dimenſions que nos meilleurs Ouvriers donnent aux Lunettes & aux Microſcopes ordinaires.

Pour une Lunette à quatre verres.

Longueur du Foyer des Objectifs.	Diametre de l'ouverture des Objectifs.	Longueur du Foyer des Oculaires.	Diametre du Diaphragme au Foyer de l'Objectif.	Augmentation des Diametres apparents des Objets.
1 pied	4 lignes $\frac{1}{2}$	16 lignes	4 lignes	9 fois
2	$6\frac{1}{2}$	22	$5\frac{1}{2}$	13
3	9	26	$7\frac{1}{2}$	17
4	11	28	9	21
5	12	30	10	24
6	13	31	$10\frac{1}{2}$	28
7	14	34	11	30
8	15	36	$11\frac{1}{2}$	32

Cette Table ſuppoſe que les objectifs ſont bons, ſans être des plus excellents; car ceux-ci pourroient ſupporter des oculaires d'un foyer plus court, & des ouvertures plus grandes à l'objectif & au diaphragme du foyer.

Pour les Lunettes Astronomiques.

Longueur du Foyer des Objectifs.	Diametre de l'ouverture des Objectifs.		Longueur du Foyer de l'Oculaire.		Augmentation des Diametres apparents des Objets.
pieds	pouces	lignes	pouces	lignes	environ
1	0	6½	0	8	20 fois
2	0	9	0	10	28
3	0	11½	1	0½	34
4	1	1	1	2½	40
5	1	2½	1	4	44
6	1	4	1	6	49
7	1	5½	1	7½	53
8	1	6½	1	8½	56
9	1	8	1	9½	60
10	1	9	1	11	63
11	1	10	2	0	66
12	1	11	2	2	69
14	2	0½	2	3	75
16	2	2	2	5	79
18	2	4	2	7	85
20	2	5½	2	8½	89
25	2	8	3	0	100
30	3	0	3	3½	109
35	3	3	3	7	118
40	3	6	3	10	126
45	3	8	4	0½	133
50	3	10	4	3	141

306. Lorſque les objectifs ſont excellents, on peut leur donner des ouvertures plus grandes, & des oculaires d'un foyer plus court. C'eſt ainſi qu'un objectif excellent de 34 pieds, travaillé par Campani, porte aiſément un oculaire de deux pouces & demi de foyer, & une ouverture de 4 pouces de diametre: alors il amplifie 163 fois les diametres apparents des objets céleſtes qui conſervent une clarté ſuffiſante.

307. Pour un Microſcope à trois verres, l'oculaire doit être d'un pouce de foyer, & d'environ 9 lignes de diame-

tre; le verre du milieu placé à huit lignes de distance de l'oculaire, doit avoir 18 lignes de foyer, & un pouce de diametre. On y peut ajuster différentes Lentilles objectives de rechange; par exemple, de 6, de 4, de 2, de 1 lignes de foyer : mais les ouvertures de ces Lentilles doivent être très-petites, & assujetties à la bonté des verres. Leur distance à l'oculaire peut être de six pouces environ.

ARTICLE V.

Application aux Télescopes & Microscopes Catadioptriques.

308. L'Expérience a fait voir que les images formées par réflexion n'étoient pas à beaucoup près si sujettes à être confuses que celles qui sont formées par la réfraction. On conçoit en effet que puisque les rayons, après s'être séparés par la réfraction, vont en s'écartant de plus en plus, les différents faisceaux qu'ils forment, doivent se distinguer de plus en plus par leurs couleurs. Mais dans la réflexion, la séparation des rayons paralleles ne se fait, pour ainsi dire, que dans le point d'incidence, ou que dans l'intervalle compris entre le point d'incidence & le point de réflexion. Après la réflexion, ces rayons infiniment peu séparés sont encore sensiblement paralleles, ce qui fait qu'on ne peut appercevoir cette séparation de rayons, il arrive seulement que les faisceaux de rayons réfléchis sont tant soit peu plus gros qu'auparavant. On ne doit donc pas appercevoir des Iris dans les Télescopes catadioptriques, mais seulement un peu de confusion dans les images, causée en partie par ce renflement des faisceaux, en partie par la sphéricité des miroirs. D'où il suit qu'on peut donner une ouverture beaucoup plus grande aux miroirs objectifs des Télescopes & Microscopes, qu'aux verres objectifs de même foyer, ce qui doit rendre les images par réflexion, beaucoup plus vives, & par conséquent distinctement visibles à l'aide

d'une Lentille d'un foyer très-court : elles peuvent donc paroître très-grandes sans cesser d'être claires ; avantages qu'on ne peut se procurer avec des Télescopes par réfraction, à moins qu'ils ne soient d'autant plus longs (comme les Tables de l'Article précédent le font voir,) & par conséquent d'autant plus incommodes à manier.

309. Dans l'usage des Télescopes Catadioptriques de la premiere espece (décrite N°. 246) on se sert de différents oculaires, selon la lumiere de l'objet que l'on veut voir, & selon la grandeur dont on veut que son diametre apparent soit augmenté. Voici les dimensions qu'on peut donner aux parties de ce Télescope, pour faire un bon effet. (Voyez Smith, Tome I. pag. 364).

Longueur du Foyer du Miroir concave.	Diametre de l'ouverture du Miroir.		Longueur moyenne du Foyer de l'Oculaire.		Augmentation des Diametres apparents des Objets.
pieds	pouces	lignes	lignes	centiémes	environ
$\frac{1}{2}$	0	11	2,	00	36 fois
1	1	6	2,	39	60
2	2	6	2,	83	102
3	3	3	3,	13	138
4	4	1	3,	37	171
5	4	10	3,	54	202
6	5	7	3,	73	232
7	6	3	3,	88	260
8	6	11	4,	01	287
9	7	7	4,	13	314
10	8	2	4,	24	340
11	8	9	4,	34	365
12	9	4	4,	44	390

A l'égard du petit miroir plan IH (Fig. 35) il doit être ovale, parce qu'il coupe sous un angle de 45° l'axe Ao' du cône Do'D de rayons incidens parallélement à l'axe : ses dimensions se reglent sur l'espace que tous les rayons réfléchis occupent à l'endroit où on doit poser le miroir, pour faire usage de l'oculaire, dont le foyer est le plus court ; ce qui se peut aisément calculer. J'ai un pareil Télescope, dont le foyer du miroir objectif est de 2 pieds : le petit miroir a près de 7 lignes dans sa plus grande largeur, & 5 dans sa plus petite.

CHAPITRE VII.

Diverses Questions sur l'Optique.

LA néceſſité d'être court dans les Leçons, & la connexion trop intime d'un grand nombre des parties de l'Optique avec la Phyſique Expérimentale, qui ne fait pas l'objet de nos Exercices, nous ont obligé de paſſer ſur une infinité de recherches curieuſes & intéreſſantes. Cependant pour tenir lieu de ſupplément à ce qu'il y a de moins dépendant de la Phyſique, & pour exercer les Commençans, nous allons propoſer quelques queſtions, en indiquant ſeulement les réponſes.

310. I. *Pourquoi voit-on de grandes traînées de lumiere, lorſqu'on reçoit un coup à la tête dans l'obſcurité ?*

Le coup ébranle & fait trémouſſer pendant quelque tems toutes les parties élaſtiques de la tête, & par conſéquent les fibres des nerfs optiques, ce qui excite une ſenſation pareille à celle d'une lumiere confuſe.

311. II. *Pourquoi voyons-nous beaucoup mieux à travers les vîtres les Paſſans dans la rue, que les Paſſans ne nous voyent à travers les mêmes vîtres ?*

Ceux qui ſont dans la rue, ſont dans un grand jour, où le peu de rayons qui ſortent de la chambre par les vîtres, fait peu d'impreſſion ; c'eſt le contraire pour ceux qui ſont dans la chambre.

312. III. *Pourquoi en regardant au jour la tête d'une éguille poſée près de l'œil, & entre l'œil & un carton percé d'un très-petit trou d'éguille, cette tête paroît-elle derriere le carton & renverſée ?*

On ne la voit pas en-deçà du carton, parce qu'elle eſt trop près de l'œil, & on la voit au-delà & renverſée, par la même raiſon qu'un ſpectateur placé en-dehors d'une chambre obſcure, & qui y pourroit regarder par le trou,

ſans empêcher la lumiere d'y entrer, verroit les images renverſées des objets extérieurs.

313. IV. *Pourquoi un charbon allumé tourné rapidement, paroît-il faire un ruban de feu?*

L'impreſſion de la lumiere ſur la rétine, y cauſe des trémouſſements, qui ont une certaine durée, pendant laquelle la ſenſation reſte la même : & ces trémouſſements durent pendant le tems de la révolution du charbon, lorſqu'on lui fait décrire très-rapidement un petit cercle.

Le ſens de la vue eſt un des plus pareſſeux : le paſſage ſucceſſif & rapide de pluſieurs couleurs différentes, n'y peut donc faire autant d'impreſſions diſtinctes, ni procurer à la vue un plaiſir ſemblable à celui qu'on procure à l'oreille par une ſuite de ſons harmonieux produits rapidement.

314. V. *Pourquoi voit-on ſouvent un grand nombre de nuages blancs, diſpoſés en bandes circulaires, peu larges, & qui ſe réuniſſent toutes à un même point dans l'horizon?*

Quand des nuages fort légers, & par conſéquent fort hauts, ſont détachés les uns des autres, un vent un peu élevé & parallele à l'horizon, les chaſſe tous du même côté en longues bandes paralleles entr'elles & à l'horizon, leſquelles doivent (82) paroître tendre à un même point de réunion dans la ligne de niveau qui paſſe par l'œil, & par conſéquent dans l'horizon. Et parce qu'on voit ces bandes fort éloignées, comme ſi elles étoient couchées ſur le fond de la voûte céleſte, elles paroiſſent circulaires.

315. VI. *En regardant un Luſtre allumé, ſuſpendu à une longue corde, & qui tourne ſur ſon axe, pourquoi arrive-t-il ſouvent que les uns ſoutiennent qu'il tourne dans un ſens, & les autres dans le ſens oppoſé, quoiqu'on le voye du même endroit?*

Les bougies allumées forment un cercle; on rapporte le mouvement du Luſtre au diametre qui paſſe par l'œil. A une diſtance un peu conſidérable, on ne peut s'aſſûrer quelle eſt la bougie qui eſt à l'extrémité de ce diametre la plus éloignée de l'œil (89), ſur-tout quand le plan du cercle paſſe à-peu-près par l'œil, ou quand on ne fait pas attention à l'effet de la perſpective. Donc de deux perſonnes

qui prendront la bougie la plus proche, l'une comme la plus proche, l'autre comme la plus éloignée, le premier verra le Lustre tourner dans un sens, le second dans le sens opposé.

La même chose peut arriver à deux personnes qui ne voyent que très-obliquement le plan d'une girouette, ou celui des aîles d'un moulin-à-vent un peu éloigné.

316. VII. *D'où vient l'éblouissement qu'on sent en passant de l'obscurité à un grand jour, & l'aveuglement en passant du grand jour dans une obscurité médiocre?*

Dans l'obscurité, la prunelle est extrêmement ouverte; dans le grand jour, son ouverture est fort petite. Le mouvement de l'Iris par lequel cette prunelle se dilate ou se contracte n'est pas fort prompt : la lumiere qui tombe subitement sur la prunelle très-ouverte, entre en trop grande quantité pour faire une image distincte (288), elle ébranle trop subitement & trop violemment les organes de la vue, c'est l'éblouissement. Un œil dont la prunelle est très-resserrée, & qui passe subitement dans l'obscurité, ne reçoit pas d'abord assez de lumiere pour distinguer quelque chose, c'est l'aveuglement : il ne cesse que lorsque la prunelle a eu le tems de se dilater suffisamment.

317. VIII. *Pourquoi un objet posé fort près de l'œil, & vu par un très-petit trou d'épingle fait dans un feuillet de papier noirci, paroît-il d'autant plus gros qu'il est plus près de l'œil, tandis qu'en le regardant sans ce petit trou, il paroît sensiblement de la même grosseur, quoiqu'on le mette à différentes distances de l'œil.*

La vision se fait parfaitement par ce trou (213), & le papier posé sur l'œil, arrête la vue des objets circonvoisins, & ne laisse à juger de la grosseur des objets, que par la grandeur des images formées dans l'œil.

318. IX. *Pourquoi un papier mouillé paroît-il plus gris & plus transparent?*

Un papier sec a ses pores embarrassés de filets entrelacés, la liqueur qui pénétre les pores range ces filets, & ces pores deviennent comme de petits tuyaux pleins de liqueur & propres à transmettre la lumiere : ce qui donne au papier

la transparence en lui ôtant l'éclat qu'il tenoit des rayons qui ne pouvoient le pénétrer.

319. X. *Pourquoi certaines personnes voyent-elles plus clair la nuit que d'autres.*

Ce sont principalement les Myopes, qui voyent distinctement & sans effort les objets voisins, au lieu que ceux qui ont une bonne vue ordinaire, sont obligés de serrer les yeux & par conséquent de rétrécir leur prunelle, pour voir les objets fort proches, ce qui fait qu'ils en reçoivent beaucoup moins de lumiere que les Myopes.

320. XI. *Pourquoi les Myopes voyent-ils ordinairement les objets éloignés plus gros que ceux qui ont une bonne vue?*

Les images distinctes ne se font dans l'œil qu'au point d'intersection des rayons de lumiere partis d'un même point: l'œil myope ne reçoit sur la rétine tous ces rayons qu'au-delà de leur point d'intersection, & par conséquent en un endroit où ces rayons font des faisceaux plus écartés.

321. XII. *Pourquoi ceux qui deviennent Presbytes ne peuvent-ils plus lire une écriture fine, qu'en l'exposant au Soleil, ou qu'en mettant une forte lumiere fort près de cette écriture?*

Une lumiere très-vive fait rétrécir leur prunelle, & la réduit à n'être presque qu'un très-petit trou, au-travers duquel la vision est distincte (213).

322. XIII. *Pourquoi ceux-même qui ont la vue fort bonne, croyent-ils voir une espece de visage dans la Lune pleine, tandis qu'avec un Télescope on n'en voit aucune apparence?*

Il y a sur la Lune, & sur-tout vers deux de ses bords opposés, de grandes taches, ou pour mieux dire, de grands espaces plus obscurs que le reste: (les Astronomes appellent ordinairement ces grands espaces obscurs, *les Mers de la Lune*). Ces amas de grandes taches ne vont pas jusqu'aux bords de la Lune, ni jusqu'au centre; mais ils sont disposés de part & d'autre du centre, & séparés par une bande plus claire qui traverse la Lune par le milieu de son disque, & qui est cependant entrecoupée vers ses deux bouts, de taches longues & étroites & de points brillants. Il n'y a pas de doute que la grande distance de la Lune à la Terre,

& l'éclat de sa lumiere totale, n'empêchent de voir bien distinctement les vraies figures de ces espaces clairs & obscurs. Cela joint au préjugé reçu à la vue des images de la pleine Lune dessinée comme un visage, fait que les deux grands espaces obscurs, bordés d'un clair vif vers la circonférence de la Lune, & séparés par un clair vers le milieu, paroissent être comme des joues, cet espace clair du milieu comme un nés, & les clairs semés d'obscurs vers ses deux extrémités semblent former le reste du visage. Mais le Télescope faisant voir distinctement toutes les parties de la Lune bien terminées, cette apparence de visage s'évanouit entiérement.

323. Ceci nous conduit à une observation importante. Si l'éclat de la lumiere de la Lune étoit la principale cause de la confusion avec laquelle on voit ses taches, on y remédieroit aisément, en la regardant par un petit trou (212). Cependant quoique ces taches soient assez grandes, & quelque excellente que soit la vue de l'Observateur, on ne peut les voir bien terminées qu'à l'aide d'un Télescope : il faut donc que la Lune soit au delà de la portée des meilleurs yeux ; & comme elle est éloignée de la terre d'environ 90000 lieues, que par conséquent les rayons qu'un même point de sa surface nous renvoie, sont aussi sensiblement paralleles qu'il est possible, il suit clairement que *le parallélisme des rayons de lumiere, en entrant dans un œil d'une vue excellente, n'y cause pas une vision distincte, mais qu'au contraire il leur faut toujours un peu de divergence* : sans cela en effet les objets les plus éloignés se verroient très-distinctement ; ce qui est évidemment faux & contraire à l'expérience. Par le moyen des Télescopes, on peut procurer aux rayons de lumiere la divergence qui leur est nécessaire ; on peut par conséquent voir toujours les objets distinctement, toutes choses d'ailleurs égales. Mais pour cela le foyer de l'oculaire ne doit pas concourir exactement avec le lieu de la vraie image formée par l'objectif ; il doit être tant-soit-peu au-delà, afin que les rayons en sortent divergens. La différence néanmoins est presque imperceptible

dans les Télescopes; mais elle est sensible dans les Microscopes tant simples que composés, à proportion de l'augmentation qu'ils donnent aux diametres apparents des objets, & selon la conformation de l'œil de celui qui s'en sert. C'est pourquoi il ne faut pas prendre à la rigueur les regles générales que nous avons données, tant pour la construction que pour le calcul des effets des Télescopes & Microscopes, & qui supposent que pour la vision distincte des images, les rayons doivent sortir des oculaires en faisceaux paralleles. Nous nous sommes arrêtés à cette hypothese, parce que le parallélisme est un cas simple, & qu'il est à très-peu-près celui qui convient à la nature des yeux bien conformés. Ces regles peuvent donc passer pour suffisamment exactes dans les Télescopes; mais dans les Microscopes on doit les regarder comme propres à déterminer à-peu-près les circonstances nécessaires pour voir distinctement les objets, & pour connoître le rapport entre leur grandeur réelle & leur grandeur apparente, en sorte qu'il n'y ait plus qu'un très-petit tâtonnement à faire, pour avoir la meilleure position des verres entr'eux & par rapport à l'objet, & qu'à corriger le calcul des regles générales, par la mesure des dimensions que l'expérience aura déterminées dans les différents cas.

324. XIV. *Pourquoi, lorsque le Soleil ou une autre lumiere vive éclaire le dedans d'un vase rond, voit-on en dedans de ce vase deux especes de demi-cercles lumineux, qui se joignent en forme de cœur, & dont le point de réunion se rapproche d'autant plus du centre ou de l'axe du vase, que la lumiere se rapproche aussi de ce vase?*

Ces courbes lumineuses sont l'effet des intersections très-voisines des rayons de lumiere réfléchis sur chacun des points consécutifs de la demi-circonférence concave du vase qui est éclairée, comme la Figure 41 le fait voir. Le point B est le foyer de cette demi-circonférence, & sa distance au centre dépend (145) de celle de l'objet lumineux à la circonférence éclairée. Les deux courbes AB, BC, s'appellent *caustiques par réflexion.*

325. XV. *Pourquoi en pouſſant une épée nue vers un grand miroir ſphérique-concave, fait-on peur à ceux qui ſe regardent dans ce miroir ?*

Lorſque l'épée eſt ſituée entre le centre & le foyer du miroir, ſon image renverſée eſt en-deçà du miroir & du même côté que les ſpectateurs; cette image s'éloigne du miroir (143) à meſure que l'épée en approche réellement : la pointe ſemble par conſéquent ſe porter vers les ſpectateurs.

326. XVI. *Lorſque le Soleil, la Lune ou un flambeau éclairent une eau courante, comme une Riviere, pourquoi voit-on ſur ſa ſurface une très-longue traînée lumineuſe, tremblante & interrompue ?*

Les parties de l'eau courante gliſſent les unes ſur les autres en petites lames, qui font l'effet d'autant de petits miroirs plans différemment inclinés, & qui changent à tout moment de grandeur, de place, de vîteſſe & d'inclinaiſon : elles ſe préſentent tantôt du côté du ſpectateur, tantôt à l'oppoſite.

327. XVII. *En regardant fort obliquement dans une glace de miroir, pourquoi y voit-on cinq ou ſix images d'une bougie allumée & poſée tout près du miroir ?*

L'épaiſſeur de la glace eſt compoſée de pluſieurs couches ou lames de verre poſées les unes ſur les autres, & dont les ſurfaces font l'effet d'autant de miroirs plans.

328. XVIII. *Pourquoi, lorſqu'un bâton droit eſt à demi-enfoncé dans l'eau, paroît-il toujours tellement briſé à la ſurface de l'eau, que lorſque l'œil d'un ſpectateur eſt dans le plan de l'angle briſé, la portion qui eſt dans l'eau ſemble d'autant plus courte & d'autant plus inclinée vers le ſpectateur & vers la ſurface de l'eau, que la portion qui eſt hors de l'eau, eſt plus inclinée vers la ſurface de l'eau du côté où eſt le ſpectateur.*

La réponſe eſt facile à la ſimple inſpection de la Figure 42, où les rayons HT, GT, qui partent du bout T du bâton, étant briſés, puis reçus par l'œil en O dans les directions HO, GO, ils paroiſſent concourir en τ; de ſorte que l'œil en O voit la partie BT du bâton, comme ſi elle étoit Bτ, au lieu que l'œil en o la voit comme ſi elle étoit Bt.

329. XIX. *Pourquoi les objets vus à travers une masse d'eau ou un morceau de glace de miroir un peu épais, paroissent-ils plus gros, plus proches, & souvent plus clairs ?*

Soit IK (Fig. 43) l'ouverture de la prunelle. L'objet O se voit à travers le verre par les rayons extrêmes OBDI, OCEK, qui paroissent venir du point *o*, & former un angle I*o*K plus grand que l'angle à la vue simple IOK. Les rayons qui tombent de l'objet sur le verre entre B & C, parviennent à l'œil ; à la vue simple, il n'y peut parvenir que les rayons compris entre F & G, & qui sont par conséquent en moindre quantité.

330. XX. *Pourquoi un plongeur ne peut-il voir que très-confusément les objets lorsqu'il est dans l'eau ?*

La réfraction des rayons à l'entrée de l'air dans l'eau, est presqu'aussi grande que celle qui se fait dans notre œil : donc lorsque l'œil est dans l'eau, il ne se fait qu'une très-petite réfraction des rayons, & par conséquent il ne s'y peut former d'images distinctes, que fort au-delà de la rétine.

331. XXI. *Pourquoi les crystallins des poissons sont-ils des globes sensiblement sphériques & solides ?*

L'humeur aqueuse eût été inutile dans les yeux des poissons, & si leur crystallin eût été enfoncé comme dans les animaux terrestres, leur vision n'eût pas eu assez de champ : il a donc fallu placer le crystallin sous la prunelle, donner beaucoup d'ouverture à cette prunelle, faire ce crystallin plus dense pour rendre la réfraction plus grande, & le faire sphérique pour laisser peu d'intervalle entre sa surface intérieure & le fond de l'œil.

332. XXII. *Pourquoi ceux qui regardent un flambeau en clignant les yeux ou en pleurant, voyent-ils sortir du flambeau des traînées de lumiere, sur-tout dans la partie supérieure & dans la partie inférieure ?*

C'est l'effet d'une réfraction irréguliere, qui se fait dans les liqueurs qui humectent les bords des paupieres, qu'on approche des bords de la prunelle en clignant les yeux, ou dans celles qui se répandent sur la cornée en pleurant.

333. XXIII. *Pourquoi un objet vu à travers d'un verre à*

facettes, paroît-il multiplié à proportion du nombre de ces facettes ?

De tous les rayons, qui partis d'un objet un peu éloigné tombent ſous des angles à-peu-près égaux ſur l'étendue d'une des facettes, pluſieurs parviennent à l'œil par le moyen des deux réfractions : ils forment un faiſceau capable de peindre dans l'œil une image de l'objet, qui doit par conſéquent paroître ſitué dans l'axe de ce faiſceau. Or chacune de ces facettes étant différemment ſituée l'une à l'égard de l'autre, elles doivent produire autant de faiſceaux, dont les axes ont des poſitions déterminées par celles des facettes ; on doit donc voir autant d'images différentes & différemment ſituées, qu'il y a de facettes qui envoyent des rayons dans l'œil.

334. XXIV. *Pourquoi les objets paroiſſent-ils ſi gros par le moyen de la Lanterne Magique ?*

AC (Fig. 44) eſt un miroir ſphérique-concave, B une forte lumiere poſée un peu en-deçà du foyer, pour faire converger les rayons de lumiere réfléchis ſur le miroir, DD une lentille de verre pour les faire converger davantage, auſſi bien que ceux qui viennent directement du flambeau B ; EF eſt un objet peint de couleurs tranſparentes, ſur un morceau de glace & dans une ſituation renverſée. Les rayons qui traverſent cet objet, tombent ſur la lentille GH, qui les fait converger & former une image en K, où ſe trouve l'ouverture d'un diaphragme, qui arrête les rayons inutiles, & dont la réfraction eſt irréguliere. Les rayons s'étant croiſés en K, rencontrent une lentille LM d'un ſoyer aſſez long, qui fait diverger extrêmement tous ces rayons, qu'on reçoit ſur un plan blanc & uni, à la plus grande diſtance qu'il eſt poſſible, en ménageant la lumiere & la diſtinction dans l'image *ſe* qui ſe peint droite ſur ce plan. Or il eſt viſible que pour produire tous ces effets, la lentille DD doit avoir ſon foyer en-deçà de B, la Lentille GH doit avoir un de ſes foyers entr'elle & l'objet EF, le foyer de la lentille LM doit être au-delà de K vers GH.

335. XXV. *Pourquoi en regardant une bougie au travers*

d'un petit trou fait dans une plaque de métal, & rempli d'une goutte de liqueur transparente, & qui contient de petits animaux, voit-on quelquefois très-distinctement un de ces animaux extrêmement gros ?

La surface intérieure de la goutte est à l'égard de l'animal qui y nage, comme un miroir sphérique-concave. Si donc l'animal est entre le foyer & la surface intérieure opposée à l'œil, en sorte que les rayons partis de l'animal & réfléchis sur cette surface qui les renvoye du côté de l'œil, viennent à sortir de la boule paralleles entr'eux, l'œil qui les recevra verra l'image de la surface de l'animal qui est opposée à l'œil, & cette image sera d'autant plus grande, que l'animal sera plus près du foyer du miroir sphérique qui la forme.



TROISIEME PARTIE.

De la Perſpective.

CHAPITRE PREMIER.

Notions & Principes généraux de la Perſpective d'où l'on en déduit toute la Théorie.

336. REPRESENTER ſur un Tableau la perſpective d'un objet, qu'on ſuppoſe ordinairement ſitué derriere le tableau par rapport à l'œil, c'eſt marquer ſur un Tableau chaque point, par où paſſeroit chaque rayon de lumiere qui part de chaque point viſible de la ſurface de cet objet pour arriver juſques à l'œil: & le portrait d'un objet eſt parfait, lorſqu'on a appliqué ſur chacun de ces points du Tableau, un point coloré de la même nuance que le rayon de lumiere qui y paſſe : l'art d'appliquer ainſi les couleurs s'appelle *la Perſpective aérienne* : elle n'eſt pas du reſſort des Mathématiques.

337. I. PRINCIPE. *Tout ce qui eſt repréſenté dans un Tableau, doit être aſſujetti à un ſeul & même point de vue.* Parce qu'un tableau repréſente l'inſtant d'une action qui ſe paſſe, laquelle par conſéquent ne ſe peut voir que d'un ſeul coup d'œil.

338. II. PRINCIPE. *La Perſpective d'un point quelconque eſt à l'endroit du tableau, où ſon plan eſt traverſé par le rayon qui va de ce point à l'œil.*

339. III. PRINCIPE. *La Perſpective d'une droite originale, laquelle étant prolongée ne paſſeroit pas par l'œil, eſt une droite qui eſt l'interſection du plan du Tableau avec le plan d'un Triangle*

Triangle rectiligne dont la droite originale seroit la base, & les deux rayons menés de ses deux extrémités jusques à l'œil, seroient les côtés.

340. IV. PRINCIPE. Pour concevoir la perspective d'une figure plane, il faut concevoir que *tous les rayons tirés de tous les points de la surface visible de cette figure jusques à l'œil, forment une Pyramide dont cette figure plane est la base, & dont l'œil est le sommet : Et la figure formée sur le Tableau par l'intersection de son plan & de cette Pyramide, est la perspective de cette figure originale.*

341. COROLL. I. *La perspective d'un Polygone ne peut être une figure semblable à son original, à moins que le plan de ce Polygone ne soit parallele au plan du Tableau :* car les éléments d'une Pyramide ne peuvent être des figures semblables à sa base, à moins qu'ils ne soient déterminés par les interséctions des plans paralleles à cette base.

342. COROLL. II. *La Perspective d'un solide est une figure plane composée des perspectives de chacune des faces du solide que l'œil peut voir à la fois.*

343. THEOREME I. *De quelque façon que le Tableau soit posé, les perspectives de tant de droites originales paralleles entre elles qu'on voudra, doivent tendre à concourir toutes au point* (en dedans ou en dehors) *du Tableau, où son plan est rencontré par une droite tirée de l'œil parallélement à ces droites originales.*

DEM. De quelque façon que deux ou plusieurs paralleles originales soient placées par rapport à l'œil, elles doivent (82) paroître tendre à concourir; donc leurs perspectives doivent tendre à concourir. Or l'œil doit voir par un même rayon le point de concours des deux lignes originales & celui de leurs perspectives; donc le point de concours des deux lignes de perspective est dans le point du Tableau, où son plan est traversé par la droite qui va de l'œil au point de concours des deux lignes originales. Mais le point de concours apparent des deux lignes originales, étant infiniment éloigné de l'œil, la droite tirée de l'œil à ce point leur est parallele; donc le point de concours des perspectives des deux droites originales est au point du

Tableau où son plan (prolongé, s'il est nécessaire) est rencontré par une droite tirée de l'œil parallélement à ces droites originales.

344. COROLL. I. Si les deux droites originales sont en même tems paralleles au plan du Tableau, la droite tirée de l'œil à leur point de concours apparent ne peut rencontrer le plan du Tableau, puisqu'alors elle lui est parallele : donc les perspectives de ces lignes originales ne peuvent avoir un point de concours ; donc elles doivent aussi être paralleles entr'elles. Ainsi *en supposant un Tableau posé verticalement ou d'aplomb, les perspectives de toutes les droites verticales originales, sont des droites verticales : les perspectives de toutes les droites horizontales ou de niveau & en même tems paralleles au plan du Tableau, sont des droites posées de niveau sur le Tableau.* Les perspectives de toutes les droites originales paralleles au plan du Tableau & inclinées à l'horizon, sont des paralleles inclinées à l'horizon de la même quantité dont leurs originales sont inclinées.

345. COROLL. II. *Dans un Tableau vertical, les perspectives de toutes les droites originales situées de niveau, & en même tems perpendiculaires au plan du Tableau, doivent toutes concourir au point de vue du Tableau* : Car le point du Tableau qu'on appelle *le point de vue*, est celui où aboutit la droite tirée de l'œil perpendiculairement au plan du Tableau, & par conséquent parallélement à ces droites originales.

346. THEOREME II. *Si une droite originale est parallele au plan du Tableau & divisée en parties égales, sa perspective sera aussi divisée en parties égales : mais si cette droite originale divisée en parties égales n'est pas parallele au plan du Tableau, sa perspective est divisée en parties inégales.*

DEM. Soit (Fig. 45) AB la droite originale divisée en trois également aux points C, D, & parallele au plan du Tableau représenté par GH; soit O le lieu où l'œil doit être placé, la perspective de la droite AB sera *ab*, & il est clair que si on tire OA, OC, OD, OB, les Triangles AOC, *a*O*c*; COD, *c*O*d*; DOB, *d*O*b*, sont semblables (Elem. 510.) Donc les bases AC, CD, DB étant égales,

leurs homologues ac, cd, db le sont aussi. Mais si PQ représente la position du Tableau incliné à la droite AB, les Triangles $\alpha O\gamma$, $\gamma O\delta$, $\delta O\beta$ ne sont plus semblables à leurs correspondants AOC, COD, DOB; donc les bases, AC, CD, DB étant égales, les bases $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\beta$ ne le sont pas.

347. Coroll. I. A cause des Triangles semblables, il est clair que les parties de la perspective d'une droite originale parallele au plan du Tableau & divisée en parties inégales, doivent aussi être inégales, mais proportionnelles aux parties homologues de la droite originale : & qu'ainsi la perspective d'une figure dont le plan est parallele à celui du Tableau, est une figure semblable à l'originale.

348. Coroll. II. Dans un Tableau, les lignes de perspective paralleles entre elles sont divisées en même raison que leurs lignes originales : mais les lignes de perspective qui tendent à un point de concours, ne sont pas divisées en même raison que leurs lignes originales : parce que dans ce dernier cas, les droites originales ne peuvent être paralleles au plan du Tableau.

349. Theoreme III. *La perspective d'une même ligne originale est toujours de même grandeur sur le Tableau quelle que soit sa situation à l'égard de l'horizon, & sa distance à l'œil, pourvu qu'elle soit toujours couchée sur un même plan parallele à celui du Tableau.*

Ceci doit s'entendre de tant de lignes originales égales qu'on voudra, situées toutes dans un même plan parallele à celui du Tableau, ou d'un même Polygone placé en tel endroit qu'on voudra d'un même plan parallele à celui du Tableau.

Dem. Quoique ce Théorême soit une suite évidente de ce qui a été dit aux n°. 341, 344 & 347, on en sentira peut-être mieux la vérité par le raisonnement suivant. Concevez que la ligne originale donnée tournant sur une de ses extrémités fixe, forme par l'autre une circonférence de cercle, couchée sur un plan parallele à celui du Tableau, les rayons tirés de l'œil à tous les points de cette circonférence formeront une espece de Pyramide conique, (on l'appelle un

Conoïde) coupée par le plan du Tableau parallélement à sa base. Donc (341) la perspective de cette base sera aussi un cercle sur le Tableau. Imaginez ensuite que tous les diametres possibles de ce cercle original soient prolongés indéfiniment de tous côtés, & que du centre on porte tout le long de ces prolongements la longueur du rayon du cercle, on les aura divisés tous en parties égales, & on pourra regarder chacune de ces parties égales comme autant de situations possibles de la ligne originale dans le même plan. Mais (346) la perspective de toutes ces parties égales seroient aussi des droites toutes égales ; donc la perspective d'une même droite originale placée en tant d'endroits qu'on voudra sur un même plan parallele à celui du Tableau, est une droite constante ou de même longueur.

350. PROBLEME FONDAMENTAL. *Etant donnés de position, le plan d'un Tableau, le lieu de l'œil, & un point derriere le Tableau, trouver sur le Tableau son point de Perspective.*

Pour résoudre ce Problême, il faut remarquer que la position d'un point dans un espace absolu, ne peut être déterminée que par ses distances à trois plans donnés de position, & différemment situés entr'eux. La détermination de ce point se fait le plus commodément qu'il est possible, lorsque ces trois points sont perpendiculaires entr'eux ; c'est ce qu'on pratique dans la perspective ; on y suppose ordinairement un plan indéfini HR (Fig. 46) qui passe par l'œil situé en O : ce plan est posé de niveau ou horizontalement ; c'est pourquoi on l'appelle *le plan horizontal.* Son principal usage est de servir à distinguer les objets *hauts* de ceux qui sont *bas*, parce que tous les points qui sont dans ce plan étant au niveau de l'œil, ne paroissent ni *hauts* ni *bas* ; ceux qui sont au-dessus de ce plan, paroissent plus élevés que l'œil, & ceux qui sont au-dessous de ce plan, paroissent plus bas que l'œil.

On suppose ensuite un autre plan indéfini VC, qui passe aussi par l'œil O, & qui est posé verticalement ou d'aplomb ; il s'appelle *le plan vertical* : il sert à distinguer les objets qu'on voit sur la gauche, de ceux qu'on voit sur

la droite, parce que tous ceux qui sont dans ce plan, paroissent être vis-à-vis de l'œil : ce plan est perpendiculaire au plan horizontal, puisque l'un est de niveau & l'autre d'aplomb.

Enfin, on suppose le plan TB du Tableau posé à quelque distance de l'œil, perpendiculairement au plan vertical & au plan horizontal, de sorte que ces trois plans sont perpendiculaires entr'eux.

L'intersection *hr* du plan horizontal avec le plan du Tableau, s'appelle *la ligne horizontale* du Tableau. L'intersection *ut* du plan vertical avec le plan du Tableau, s'appelle *la ligne verticale* du Tableau. L'intersection *a* de la ligne horizontale & de la ligne verticale, s'appelle *le point de vue* du Tableau : la partie O*a* de l'intersection des plans horizontal & vertical, & qui mesure la distance de l'œil au plan du Tableau, s'appelle *le rayon principal.*

351. I. SOLUTION, PAR LE CALCUL. Soit D le point donné, dont on demande le point de perspective *d* sur le plan du Tableau TB. De ce point D abaissez sur le plan horizontal HR une perpendiculaire DI, & sur le plan vertical VC, une perpendiculaire DS. Par le point I tirez IA perpendiculaire au plan vertical, & par S menez SA perpendiculaire au plan horizontal. Il est évident que DSAI est un parallélogramme rectangle, dont le plan est perpendiculaire au plan vertical VC, & au plan horizontal HR, & par conséquent parallele au plan du Tableau TB. SA ou DI mesurent la distance du point donné D au plan horizontal, ou sa hauteur au-dessus du niveau de l'œil : DS ou IA mesurent sa distance au plan vertical, ou la quantité dont l'objet est à gauche par rapport à l'œil : la droite A*a* qui est une partie de l'intersection du plan vertical avec le plan horizontal, & qui est par conséquent perpendiculaire au plan du Tableau, mesure la distance du plan du parallélogramme DSAI au plan du Tableau, & par conséquent la distance du point donné D au plan du Tableau TB. Cela posé, puisque le point D est supposé donné de position, les trois distances DI, DS, A*a* sont données de grandeur.

Tirez du lieu O de l'œil les droites OI, OD, OS, & vous aurez une Pyramide quadrangulaire ODSAI, qui se trouvera coupée en *dsai* par le plan du Tableau qui est parallele à la base DSAI. Donc (340) le rectangle *dsai* est la perspective du Rectangle DSAI, & par conséquent le point *d*, est la perspective du point donné D. Il est clair aussi que le rectangle *dsai* est semblable au rectangle DSAI à cause de leur parallélisme, qui les rend des élémens semblables d'une même pyramide : Donc les côtés du rectangle *dsai* sont proportionnels aux côtés homologues du rectangle DSAI; & à cause des Triangles semblables O*as*, OAS, on a OA : O*a* : : AS : *as* : Donc OA est à O*a*, comme un côté quelconque du rectangle DSAI, est au côté homologue du rectangle *dsai* : Donc (Elem. 686) on peut conclure ces deux proportions OA ou O*a*+*a*A : O*a* : : AI ou DS : *ai* ou *ds*; & OA ou O*a*+*a*A : O*a* : : AS ou DI : *as* ou *di*; d'où on tire ces deux Regles ou Analogies, qui donnent par le calcul la solution générale du Problême.

I.

Comme le Rayon principal plus la distance de l'objet au plan du Tableau,
Est au Rayon principal :
Ainsi la distance de l'objet au plan vertical,
Est à la distance de son point de perspective à la Ligne verticale du Tableau.

II.

Comme le Rayon principal plus la distance de l'objet au plan du Tableau,
Est au Rayon principal ;
Ainsi la distance de l'objet au plan horizontal,
Est à la distance de son point de perspective à la ligne horizontale du Tableau.

352. EXEMPLE. Supposant l'œil éloigné de 6 pieds ou 72 pouces du tableau, on y veut déterminer le point de

perſpective d'un point original éloigné de 15 pieds ou 180 pouces du plan du tableau, élevé de 4 pieds ou 48 pouces au-deſſus du niveau de l'œil, & placé ſur la gauche à 7 pieds ou 84 pouces du plan vertical.

Soit (Fig. 49) LTAB le cadre du tableau donné que je ſuppoſe rectangulaire ; déterminez ſur le tableau le point *a* vis-à-vis duquel vous voulez que l'œil ſoit placé, faites paſſer par ce point *a* (qui eſt alors *le point de vue* du tableau) une droite *tu* perpendiculaire aux deux bords TA, LB (ou ſi le cadre du tableau n'étoit pas un rectangle, il faudroit tirer *tu* de ſorte que le tableau étant placé dans la ſituation qu'on lui deſtine, lorſqu'il ſera achevé, cette ligne *tu* ſoit verticale ou d'aplomb,) ce ſera la ligne verticale du tableau : & une droite *hr* perpendiculaire aux deux côtés TL, AB (ou ſi le cadre n'eſt pas rectangulaire, perpendiculaire à la ligne verticale *tu*), ce ſera la ligne horizontale du Tableau.

Faites enſuite ces deux proportions :

$$72 + 180 : 72 :: 48 : x$$
$$72 + 180 : 72 :: 84 : y$$

Ayant achevé les deux regles de trois, on a $x = 13,71$ ou 13 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$; c'eſt la diſtance du point *d* de perſpective cherché au-deſſus de la ligne horizontale *hr* du tableau : & $y = 24$ pouces ; c'eſt la diſtance de ce même point *d* à gauche de la ligne verticale *ut* :

Pour placer le point *d* ſur le Tableau, on peut procéder de différentes manieres. Voici les plus commodes & les plus exactes.

353. I. Lorſque le cadre du tableau eſt rectangulaire, il faut prendre ſur les côtés de ce cadre deux points E, *e* éloignés chacun des points *h*, *r*, de la ligne horizontale, de 13 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, & tirer une droite occulte E*e* dans laquelle le point de perſpective ſe doit trouver ſelon la premiere analogie. Il faut enſuite prendre ſur les bords du tableau & à gauche de la ligne verticale, deux points K, *b* éloignés chacun de 24 pouces des points *t*, *u*, de la ligne

verticale, & mener la droite occulte K *b* dans laquelle le point de perſpective doit ſe trouver ſelon la ſeconde analogie. Ce point eſt donc à l'interſection *d* des deux droites E *e*, K *b*.

Pour faciliter cette pratique, qui eſt la plus exacte dans les grands tableaux, on peut diviſer les côtés & les bords du cadre en pouces, & ſi l'on veut en lignes, en commençant aux points *t*, *u*; *r*, *h*, & en allant de *t* vers L, puis de *t*, vers B; & de même de *u* vers T, puis vers A; enſuite de *h* vers T, puis vers L; enfin de *r* vers A, puis vers B. Ces diviſions ſerviront encore à tirer ſur le tableau des perpendiculaires & des paralleles à l'horizon, ce qui eſt néceſſaire à tout moment dans les différentes opérations qu'il faut faire pour mettre pluſieurs objets en perſpective.

354. II. Si le cadre n'eſt pas rectangulaire, prenez ſur la ligne verticale *tu* un point S élevé de 13 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$ au-deſſus du point de vue *a*, & faites-y paſſer une perpendiculaire E *e* à la ligne verticale. Prenez enſuite ſur la ligne horizontale un point *i* à gauche du point *a* de 24 pouces, & faites-y paſſer une perpendiculaire K *b*; l'interſection de ces deux perpendiculaires ſe fera au point *d* que l'on cherche. Cette pratique devient facile ſur les petits tableaux par le moyen de deux équerres, qui évitent la peine de mener des perpendiculaires.

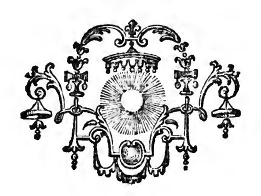
355. III. On peut encore déterminer le point *d* ſans tirer aucune ligne & par le moyen de deux compas, en cette ſorte. Ouvrez les deux compas, l'un de la quantité préciſe dont le point de perſpective doit être éloigné de la ligne verticale, l'autre de la quantité dont ce point doit être éloigné de la ligne horizontale. Placez une pointe du premier compas au point de vue *a*, & avec l'autre pointe marquez ſur la ligne horizontale un point *i*; placez une pointe du ſecond compas en *a*, & avec l'autre marquez ſur la ligne verticale un point *s*; tenant enſuite chaque compas à chaque main, placez une pointe du premier ſur *i*, & une pointe du ſecond ſur *s*, faites concourir les deux autres pointes des compas en un même point ſur le tableau; ce ſera évidemment le point *d* que l'on cherche.

356. II. SOLUTION purement GRAPHIQUE. Soit TB (Fig. 47 & 48) le plan du tableau, *ut* sa ligne verticale, *rh* sa ligne horizontale, *a* le point de vue, D un point donné. Faites passer par le point D un plan de niveau KF, parallele par conséquent à la ligne horizontale *rh*: soit XZ, l'intersection de ce plan avec le plan vertical qu'il faut imaginer comme passant par la droite *ut* & par XZ; soit BY l'intersection du plan KF avec le plan du tableau. Du point D abaissez sur BY la perpendiculaire DE qui mesure la distance de l'objet au plan du tableau; (le point E du tableau, où elle aboutit, s'appelle *le point d'incidence* :) tirez du point de vue *a* au point d'incidence E la droite *a*E; portez la distance DE de l'objet au plan du tableau, sur BY depuis le point E jusques en G: (on peut prendre le point G indifféremment vers B ou vers Y): & portez depuis le point de vue *a* sur la ligne horizontale *hr*, le rayon principal *a*O, de sorte que le point O soit dans une situation opposée à celle du point G; c'est-à-dire, que le point O doit être porté sur la droite du point de vue *a*, si le point G a été porté sur la gauche du point d'incidence E, & réciproquement: tirez OG, & son intersection avec *a*E donnera en *d* la perspective du point donné D.

DEM. Par le point *d* menez LN parallele à la ligne verticale *ut*, & par conséquent perpendiculaire à la ligne horizontale *hr* & à BY; les Triangles *d*GE, *da*O sont semblables; les droites *d*N, *d*L en sont les hauteurs, & par conséquent (Elem. 578) elles en sont des dimensions homologues: Donc O*a* : GE : : *d*L : *d*N, & (Elem. 304) O*a*+GE : O*a* : : *d*L+*d*N ou *at* : *d*L. C'est la premiere Analogie de la solution précédente, puisque *at* est la hauteur de l'œil au-dessus du niveau de l'objet, & par conséquent la distance de l'objet au plan horizontal. Enfin à cause des paralleles *d*L, *ut* coupées par *a*E, les triangles *ad*L ou *asd*, & *at*E sont semblables; donc *at* : *as* ou *d*L : : *t*E ou DS : *ds*. Mais on vient de voir que O*a* + GE : O*a* : : *at* : *d*L; donc O*a* + GE : O*a* : : DS : *ds*, & c'est la seconde analogie de la premiere solution.

357. REMARQUE. Il eſt évident que la conſtruction de ce Problême eſt la même, ſoit qu'on ſuppoſe le plan du Tableau élevé perpendiculairement ſur le plan KF, ſoit qu'on le ſuppoſe couché ſur ce même plan, pourvu que la ligne BY repréſente celle où le tableau coupe le plan KF, & que la ligne verticale *tu* du tableau reſte ſur la ligne ZX de ce même plan KF : & c'eſt ainſi qu'on l'entendra dans les deux premieres méthodes du Chapitre ſuivant.

C'eſt de cette ſeconde ſolution que ſont déduites la plûpart des pratiques que l'on enſeigne dans les livres de Perſpective : on va en expliquer ici les principales.



CHAPITRE II.

Description des principales Méthodes pour pratiquer la Perspective.

I. MÉTHODE.

Pratique de la Perspective par le Treillis perspectif.

358. ON construit un quarré ABDE (Fig. 51) qui représente le champ original du Tableau, c'est-à-dire, tout l'espace de terrein, que les objets que l'on veut représenter, doivent occuper. On appelle aussi ce champ *le Plan Géométral*. On divise ce quarré en plusieurs autres quarrés les plus petits qu'il est possible, & ayant supposé que le bord inférieur du tableau VB, soit posé sur le côté BA du quarré AD, on tire sur le plan de ce tableau la ligne horizontale QO à la hauteur qu'on a jugée convenable, & la ligne verticale VI, selon que l'on a voulu placer le Spectateur vis-à-vis le milieu ou vers un des côtés du tableau, en sorte que le point S, est le point de vue, SI est la hauteur de l'œil au-dessus du terrein. Par le point S on mene à toutes les divisions du côté BA les droites SB, SG, SI, SC, SM, SA; on porte le rayon principal, (qu'on a déterminé selon qu'on a jugé à propos d'éloigner l'œil du tableau) de part & d'autre du point S, sur la ligne horizontale, prolongée, s'il est nécessaire, comme en O & en Q : par ces deux points on tire aux mêmes divisions du côté AB, des droites OB, OG, OI, OC, OM, puis QA, QM, QC, QI, QG, QB, & leurs intersections *c*, *k*, *l*, *n*, *r*; *d*, *t*, *p*, *f*, *h* avec les droites SA, SB, donnent les

points par lesquels il faut mener les droites *de*, *tk*, *pl*, *fn*, *hr*, lesquelles font avec les droites *g*G, *i*I, *c*C, *m*M un assemblage de trapezes renfermés dans le trapeze B*de*A, qui est la perspective du quarré BDEA & de tous ses petits quarrés. On appelle ce trapeze B*de*A *le Treillis Perspectif.*

Pour démontrer que B*de*A est la perspective du quarré BDEA; il est clair (356) que le point A est le point d'incidence du point E, & que la ligne AB est égale à la distance du point E au plan du tableau; donc l'intersection *e* des droites SA, OB est (356) la perspective du point E. De même le point d'incidence du point K est en A, & AG = AK, donc son point de perspective est en *k*, à l'intersection des droites SA, OG. Il en est de même de tous les autres points du quarré ABDE.

359. SCHOLIE. Il est clair par la construction, que l'on pourroit décrire le Treillis perspectif *d*BA*e* indépendamment du point de vue S, & par les points O & Q seulement : parce que les droites qui servent à faire ce Treillis, sont des diagonales des trapezes qu'on forme par les intersections des droites tirées de O & de Q aux divisions du côté AB du plan Géométral. Mais la construction du Treillis telle qu'on la donne ici, est plus exacte, parce que les droites G*g*, I*i*, C*c* devant (345) tendre au point de vue S, sont tirées bien plus exactement en se servant de ce point S, qu'en se servant des angles des trapezes.

Les droites *d*B, *g*G, *i*I, *c*C, &c. dont les divisions inégales représentent les divisions égales des droites BD, GR, IX, CY, &c. s'appellent *les Echelles fuyantes des longueurs*, parce qu'elles servent à *dégrader* les dimensions des objets à mesure que les parties de ces objets s'éloignent du plan du tableau : & les paralleles *hr*, *fn*, *pl*, &c. s'appellent *les échelles fuyantes des largeurs & des hauteurs*, parce qu'elles servent à *dégrader* les largeurs & les hauteurs des objets à mesure qu'ils s'éloignent du plan du tableau.

360. USAGE DU TREILLIS PERSPECTIF. Puisque le Treillis perspectif représente sur le tableau le terrein compris dans le quarré BDEA, il est clair que si on dessine

dans ce quarré le plan des objets qu'on veut mettre en perſpective ſur le tableau, en ſorte que les diviſions de ce quarré ſervent d'échelles à ce plan, il ſera facile de mettre ce même plan en perſpective. Comme ſi je voulois mettre en perſpective un quarré poſé ſur le terrein obliquement par rapport au tableau, & dont les côtés fuſſent de trois pieds chacun, je deſſinerois dans le quarré BAED (Fig. 52) dont les diviſions ſeroient d'un pied chacune, ou repréſenteroient chacune un pied, le plan IMNO de ce quarré ſelon la ſituation oblique donnée, & en faiſant chaque côté égal à trois côtés de petits quarrés; enſuite je marque dans le Treillis perſpectif les points *i*, *m*, *n*, *o*, que je juge correſpondans aux points I, M, N, O, & placés dans les petits trapezes du treillis, correſpondans aux petits quarrés du plan géométral, en ſorte qu'ils y occupent des places homologues à celles que les points I, M, N, O occupent dans leurs quarrés. Ayant tiré *mi*, *io*, *on*, *nm*, j'ai le trapeze *ionm* qui eſt la perſpective du quarré IONM, comme il eſt évident.

361. Si on vouloit que le quarré IONM fût le plan de la baſe d'un cube à mettre en perſpective, il faudroit des points *i*, *m*, *n*, *o*, élever des perpendiculaires à l'horizon *i*F, *m*P, *n*Q, *o*H, & comme ce cube doit avoir en hauteur trois côtés de petits quarrés, je fais chacune de ces perpendiculaires égale à la largeur de trois trapezes priſes avec le compas à l'endroit du treillis où eſt le pied de chacune, c'eſt-à-dire, en mettant les pointes du compas parallélement à AB, ou à la même diſtance de AB, que celle du pied de chaque perpendiculaire. Enfin je tire QP, PF, FH, HQ, & j'ai la perſpective du cube. Car les droites qui terminent les faces verticales du cube, ſont poſées verticalement ſur le plan de la baſe, donc (344) les perſpectives de ces droites doivent être des droites verticales, ou paralleles à VK; & ces droites ayant originalement leur hauteur égale à trois côtés de quarrés, leur hauteur en perſpective eſt égale (349) à trois travers de trapezes, pris dans le même plan (parallele à celui du

tableau) dans lequel chacune de ces hauteurs se trouve.

362. REMARQUES. I. Il est aisé de voir que dans ces opérations, le quarré ou plan géométral est censé derriere le tableau par rapport à l'œil; & qu'ainsi il faut dessiner dans ce quarré vers BA ou du côté du treillis, les objets qu'on veut représenter sur le devant du tableau, & vers DE, ceux qui doivent paroître éloignés.

363. II. Lorsque sur une des faces planes d'un objet qu'on met en perspective, ou même sur deux ou plusieurs faces paralleles quelconques, il y a plusieurs droites paralleles entr'elles, telles que sont les moulures des ornements d'Architecture, il faut pour abréger & pour opérer plus exactement, déterminer leur point de concours, (qu'on appelle alors leur *point accidental.*) Or, lorsque ces paralleles sont en même tems des lignes de niveau, ce qui arrive presque toujours, leur point accidental est dans la ligne horizontale, de sorte qu'ayant la perspective d'une seule de ces paralleles, il suffit de la prolonger jusqu'à la ligne horizontale, & le point de rencontre est le point accidental de toutes les paralleles : car puisque l'on suppose que toutes ces lignes sont de niveau, le rayon tiré de l'œil parallelément à ces lignes est de niveau, & par conséquent couché sur le plan horizontal; donc il ne peut rencontrer le tableau que dans la ligne horizontale.

Ainsi ayant la position *nm* de la perspective de la droite originale NM, je la prolonge jusques en R, où est le point accidental de la perspective de la droite originale OI, & de celles des deux côtés de la base supérieure du cube qui sont paralleles à NM ou à OI. Il en est de même du point L, où doivent aboutir les perspectives des paralleles ON, IM & de leurs correspondantes dans la base supérieure du cube.

Mais si les paralleles originales n'étoient pas des droites de niveau, il faudroit avoir la perspective de deux d'entre-elles; & les ayant prolongées du côté vers lequel ces perspectives s'inclinent, jusques à leur rencontre, ce point sera le point accidental de toutes les autres.

364. III. Pour remplir le vuide qui eſt ſur les côtés du treillis perſpectif, on peut prolonger les droites *de*, *tk*, *pl*, &c. (Fig. 51) de part & d'autre juſques au bord du tableau, & ayant continué auſſi de part & d'autre les diviſions de la ligne *de*, du point de vue S on tirera à toutes ces diviſions des droites juſques au bord du tableau ; elles formeront avec les prolongements de *kt*, *lp*, &c. de nouveaux trapezes qui ſeront les perſpectives de nouveaux petits quarrés, qu'on décrira, ſi l'on veut, à côté de ceux du grand quarré BAED, ce qui augmentera le champ du plan Géométral.

365. IV. Lorſqu'on ſe propoſe de faire un petit tableau, & que les objets que l'on y veut repréſenter, doivent préſenter leurs faces ſous différentes obliquités, il eſt bon de ſe ſervir du treillis perſpectif. Mais la pratique en ſeroit impoſſible dans les grands tableaux, ſur-tout ſi on y devoit peindre un grand nombre d'objets éloignés les uns des autres ; car on voit qu'on ne pourroit conſtruire un aſſez grand quarré ou plan Géométral. Si cependant on en pouvoit faire un aſſez grand pour contenir tous ces objets en diminuant ſeulement toutes leurs dimenſions de la moitié, du tiers, ou du quart ; on pourroit les mettre en perſpective ſur un treillis, puis les copier ſur le tableau en doublant, triplant, ou quadruplant toutes les lignes tracées ſur ce treillis, & on aura une perſpective d'autant plus exacte, qu'il aura fallu moins augmenter les dimenſions priſes ſur le treillis.

366. V. On peut encore ſe paſſer des petits quarrés du plan géométral, lorſqu'on aura fait un devis exact de toutes les dimenſions, poſitions, & diſtances de tous les objets qui doivent entrer dans le tableau. Car ayant diviſé le bord inférieur du tableau en autant de parties égales qu'on aura voulu, dont chacune repréſentera un pouce, un pied, une toiſe, ou en général une des meſures ſur leſquelles tout le devis aura été réglé, & qu'on appellera ici *un Module*, on fera un treillis ſur ces diviſions, & on regardera chaque trapeze comme un eſpace d'un pouce quarré, ou d'un

pied quarré, ou d'une toise quarrée, ou en général comme un module en quarré. On pourra donc arranger sur ce treillis tous ses objets selon le devis qu'on en aura fait.

II. MÉTHODE.

Pratique de la Perspective sans Treillis.

367. DAns cette méthode on suppose comme dans la précédente, que le plan EFGHI (Fig. 50) de la base de chaque objet original, c'est ici un Prisme Pentagonal, est dessiné dans toutes ses proportions, à la distance du bord du tableau selon laquelle on veut qu'il en paroisse éloigné.

Je tire sur le plan du tableau de la ligne verticale VK; (Fig. 50), je la prolonge jusques au-delà du plan de l'objet original. Je tire la ligne horizontale SP, sur laquelle je prens SO égale au rayon principal, & cela de part & d'autre du point S. Je marque depuis un coin B du tableau sur son bord inférieur une ligne BC égale à la hauteur que doit avoir l'objet original; & du bout P de la ligne horizontale, je tire PC. Je cherche ensuite sur le tableau, la perspective du sommet de chaque angle du plan original, en suivant la construction expliquée ci-dessus (356). Par exemple, pour avoir celle du point E, je prends avec un compas la distance de ce point à la ligne verticale VK, je porte cette distance de K en D, & le point D est le point d'incidence du point E. Je prends la distance du point E au bord inférieur AB du tableau, je la porte de D en N à l'opposite du point O par rapport à D. Enfin je tire SD, ON, dont l'interfection *e* donne la perspective du point E.

Ayant trouvé de même la perspective de tous les autres angles de la base de l'objet, j'y éleve des perpendiculaires *e*T, *f*L, *g*M, &c. que je fais égales chacune à la ligne $\epsilon\tau$, $\phi\lambda$, $\gamma\mu$, &c. qui se trouve comprise entre PC & PB, en tirant

tirant des points e, f, g, &c. des paralleles au bord inférieur A B du tableau. Le reste s'acheve & se démontre comme dans la méthode précédente.

368. On peut appliquer ici toutes les remarques de l'article précédent. On peut aussi faire un devis exact des dimensions, positions & distances de chaque point des objets originaux, faire ensuite sur ce devis une table de la distance de chacun des points de la base de ces objets à la ligne verticale & au bord inférieur du tableau, pour trouver, comme ci-dessus, les points D & N; & une table des hauteurs de chaque partie de l'objet élevée au-dessus du plan de sa base, pour les déterminer comme on vient de le dire. La perspective en sera d'autant plus exacte, que le plan & l'élevation auront été dessinés plus exactement, quand même l'échelle sur laquelle on auroit construit ces plans, ne donneroit pas plus de 2 à 3 lignes de longueur pour chaque pied de Roi dans les dimensions de l'original.

III. MÉTHODE.

Pratique de la Perspective, par le Chassis Perspectif.

CEtte pratique renferme les deux précédentes, & a encore d'autres avantages qui la rendent préférable : un des principaux est qu'on y opere par les angles aussi-bien que par les côtés des figures qu'on y décrit. Nous nous étendrons ici un peu plus que nous n'avons fait dans les méthodes précédentes.

Préparation du Chassis Perspectif.

369. Ayant choisi sur votre tableau le point S (Fig. 53) pour être le point de vue, faites y passer la ligne horizontale HSQ que vous prolongerez de part & d'autre au-delà du plan du tableau le plus qu'il sera possible. Tirez la ligne verticale VT, sur laquelle prenez depuis le point de vue S un point C, vers V ou vers T, tel que SC soit égale au

rayon principal. Du point C comme centre avec une ouverture de compas à volonté, (la plus grande eſt la meilleure) décrivez un arc AB d'environ 60 ou 70 degrés, diviſez-le de degrés en degrés, ou pour le moins de dix en dix degrés, en commençant au point A. Par C & par tous les points de diviſions tirez des rayons juſques à la ligne horizontale qui ſe trouvera diviſée d'un côté, portez les mêmes diviſions de l'autre côté du point S, afin qu'elle ſoit diviſée dans toute ſon étendue.

Pour abréger, on peut appliquer ſur CA un rapporteur tout diviſé, & par le moyen d'un fil très-fin qui ſeroit attaché au centre, on pourroit marquer tout de ſuite les diviſions de la ligne horizontale.

370. Et parce qu'il eſt évident par la conſtruction précédente, que ces diviſions comptées depuis le point S ſont les tangentes des angles formés au point C, dont le rayon ou ſinus total eſt CS, il eſt clair qu'on trouvera beaucoup plus exactement ces diviſions, en faiſant une échelle particuliere RD diviſée en tant de parties égales qu'on voudra, pourvu que 10 de ces parties ſoient préciſément égales au rayon principal, & qu'une de ces parties ſoit ſubdiviſée en 10 autres petites parties, leſquelles pourront encore être diviſées par eſtime chacune en 10 parties, ce qui fera l'effet d'une échelle diviſée en milliemes parties du rayon principal. A l'aide de cette échelle & de la table des tangentes, il ſera aiſé de marquer ſur la ligne horizontale toutes les diviſions néceſſaires.

371. Sur le bord inférieur EF du tableau, marquez, en partant d'un des côtés ou montans FG, & en allant vers l'autre côté EK, tant de parties égales que vous voudrez, leſquelles ſoient deſtinées à repréſenter les meſures ou *modules* des dimenſions des objets originaux. Depuis l'extrêmité P de la ligne horizontale priſe ſur ce côté FG prenez hors du tableau un point Q tel que PQ ſoit égale au rayon principal : par ce point Q & par toutes les diviſions du bord FE tirez des droites occultes, ou ſimplement appliquez ſucceſſivement une regle, & leur interſection avec le montant FG

donnera autant de divisions, que vous coterez 1, 2, 3, 4 &c. Portez enfin ces mêmes divisions sur l'autre montant EK.

372. Enfin marquez sur le bord inférieur EF du tableau en partant du point T, de part & d'autre des divisions égales à celles qui auront servi à trouver les divisions du montant FG; cotez les 1, 2, 3, 4 &c. Et même pour une plus grande commodité dans la pratique, marquez sur le bord supérieur GK en partant du point V les mêmes divisions, & cotées de la même maniere que celles du bord inférieur, & vous aurez un chassis tout préparé.

Dans ce chassis, les divisions de la ligne horizontale servent à placer les perspectives des lignes de niveau posées obliquement par rapport au plan vertical. Les divisions de montans sont des *Echelles fuiantes* des longueurs ou des éloignements des objets au plan du tableau ; & les divisions des bords supérieurs & inférieurs sont des *Echelles de front*, c'est-à-dire, des parties des objets qui sont paralleles au plan du tableau.

373. Pour démontrer cette construction du chassis, il faut imaginer 1°. que le centre C soit relevé au-dessus du point de vue S, en sorte que le plan du triangle rectangle SCH soit perpendiculaire au plan du tableau. Il est clair qu'alors le point C est le lieu où l'œil du spectateur doit être placé, & que les degrés de l'arc AB dont le centre est dans l'œil, sont propres à mesurer les angles d'obliquité des lignes originales situées sur le plan horizontal, par rapport au plan vertical : on peut donc marquer sur la ligne horizontale les points où aboutissent tous les rayons tirés de l'œil à chacun de ces degrés. 2°. Imaginant de même que PQ soit relevée perpendiculairement sur le plan du tableau, en sorte que l'angle SPQ soit droit ; qu'en même temps la droite FE soit relevée perpendiculairement au même plan du tableau, mais du côté opposé à l'œil, & qu'ainsi le plan de toutes les droites tirées de Q aux divisions de FE soit perpendiculaire au plan du tableau, FG étant l'intersection commune de ces deux plans ; il est clair que les divisions de FE marquent alors les éloignements ou distances au plan du tableau

mesurées sur le terrein. Par exemple, FN marque un module de distance au-delà du tableau : or je dis que F1 est sa perspective. Car les triangles rectangles semblables QP1, FN1 donnent PQ : FN : : P1 : F1. Donc PQ + FN : PQ : : P1 + F1 ou PF : P1 ; & comme cette analogie est la premiere de la solution générale (351), il suit que le point 1 est la perspective du point N. Il en est de même des autres divisions.

374. COROLL. Delà on voit que si on ne pouvoit prolonger facilement le plan du tableau pour avoir assez de divisions sur les montans, on pourroit trouver ces divisions par un calcul aisé, & c'est le parti qu'il faut prendre lorsque l'on a un grand tableau à tracer ; en voici un exemple :

Soit le rayon principal SC de dix pieds ou en général de 10 modules : soit la hauteur de l'œil au-dessus du plan du terrein de 6 modules : pour avoir toutes les distances P1, P2, P3, &c. en supposant que l'intervalle de ces divisions doive être d'un de ces modules, on aura ces proportions :

Comme	10 + 1	6 font à 10 : ainsi 6 font à	5,45 = P 1
	10 + 2		5,00 = P 2
	10 + 3		4,61 = P 3
	10 + 4		4,29 = P 4
	10 + 5		4,00 = P 5
	10 + 6		3,75 = P 6
	10 + 7		3,53 = P 7
	10 + 8		3,33 = P 8
	10 + 9		3,16 = P 9
	10 + 10		3,00 = P 10
	10 + 11 &c.		2,86 = P 11 &c.

De sorte que par le moyen d'une échelle divisée en parties décimales dont la distance de la ligne horizontale au bord inférieur du tableau contiendra 6,00 dans cet exemple, il sera très-facile de marquer exactement sur les montans du tableau toutes les divisions dont on aura besoin.

375. Voici encore une autre maniere de diviser les

montans, qui seroit, par sa briéveté & par sa facilité, préférable aux deux précédentes, si elle n'exigeoit beaucoup plus de soin pour éviter les erreurs : elle est très-bonne lorsque les divisions des montans doivent exprimer de grands modules, comme quand on n'a pas beaucoup de petites parties à mettre en perspective, mais seulement quelques points principaux, pour guider la main dans des *croquis* ou desseins faits à la hâte d'après nature.

Portez un de vos modules sur le bord inférieur du tableau de F en N (Fig. 54). Portez le rayon principal de P en Q du même côté que N ; tirez PN & QF. Par le point *a* de leur intersection, abaissez sur PF la perpendiculaire *a* 1. Menez Q 1, & de son intersection *b* avec PN menez sur PF la perpendiculaire *b*2. Menez Q2, & de son intersection *c* avec PN abaissez sur PF la perpendiculaire *c* 3 : & ainsi de suite pour autant de divisions dont vous aurez besoin.

376. DEM. A cause des paralleles QP, NF, les triangles QP*a*, NF*a* sont semblables ; donc PQ : FN : : P*a* : *a*N. Donc PQ + FN : PQ : : P*a* + *a*N ou PN : P*a*. Mais les triangles rectangles PNF, P*a* 1 sont aussi semblables ; donc PN : P*a* : : PF : P 1. Donc enfin PQ + FN : PQ : : PF : P 1, ce qui est l'analogie nécessaire pour faire ces divisions.

Remarques sur la ligne horizontale du Tableau.

377. Si on suppose qu'un spectateur ait placé son œil à l'égard du tableau, comme il le doit être pour considérer la perspective lorsqu'elle sera achevée, & qu'il regarde au travers de ce tableau (qu'on suppose transparent comme une glace) tout ce que le cadre du tableau lui permet de voir, dans un terrein indéfini, libre, uni & de niveau comme une vaste plaine, il est évident qu'il doit voir le terrein terminé par une ligne de niveau, qui est confondue dans la circonférence d'un cercle qui paroît séparer le ciel de la terre, & dont l'œil est le centre (on appelle ce cercle l'*horizon céleste*). Or la perspective de la portion visible de ce cercle doit être une ligne droite. Car puisque ce cercle

ou horizon a ſon centre dans l'œil, les rayons qui vont de l'œil à tous les points de ſa circonférence viſible, forment un plan, leur interſection avec le plan du tableau, eſt donc l'interſection de deux plans, laquelle ne peut être (Elem. 629) qu'une ligne droite ; & il eſt évident que c'eſt la ligne horizontale du tableau qui eſt la perſpective de cette portion viſible de l'horizon céleſte, & que les diviſions de la ligne horizontale, ſont les perſpectives des degrés de ce cercle.

378. De ce que l'œil eſt le centre de l'horizon céleſte, il ſuit que ſi deux droites originales placées ſur un plan de niveau qui paſſe par l'œil du ſpectateur, ſont inclinées l'une à l'autre, de ſorte que l'angle de leur inclinaiſon ſoit dans l'œil même, les degrés de l'horizon céleſte, & par conſéquent les diviſions de la ligne horizontale du tableau, ſont propres à meſurer cet angle, & à repréſenter l'inclinaiſon de ces deux droites.

Puiſque (83) tous les plans paralleles entr'eux paroiſſent ſe réunir à une diſtance infinie de l'œil, le plan du terrein, & en général tout plan de niveau, paroît s'incliner vers le plan horizontal qui paſſe par l'œil, pour ſe confondre avec lui dans la circonférence de l'horizon céleſte ; il ſuit que *la ligne horizontale du tableau eſt la ligne où ſe rencontrent toutes les perſpectives de tous les plans de niveau.*

Tous les plans de niveau ſur leſquels ſont poſées les parties des objets propres à être deſſinés, ſont à une diſtance finie les unes des autres, tandis que la circonférence de l'horizon céleſte eſt à une diſtance infinie de l'œil : l'intervalle entre ces plans eſt donc infiniment petit à l'égard de la diſtance de l'œil au lieu où ils paroiſſent ſe réunir : donc tous les plans de niveau qui paſſent à une diſtance finie au-deſſus ou au-deſſous de l'œil, ſont par rapport à la circonférence de l'horizon céleſte, & par conſéquent par rapport à la ligne horizontale du tableau, comme un ſeul & même plan couché ſur celui de l'horiſon céleſte, ou confondu avec le plan horizontal qui paſſe par l'œil : la perpendiculaire ou verticale tirée de l'œil ſur tous ces plans de niveau,

& qui mesure leur intervalle réel, est comme un point confondu avec le centre de cet horizon.

Ainsi un angle quelconque formé par deux droites posées sur un plan de niveau, se trouvant situé dans la verticale qui passe par l'œil, est à l'égard de la circonférence de l'horizon céleste, ou de la ligne horizontale du tableau; comme s'il étoit dans l'œil même, & par conséquent les divisions de la ligne horizontale sont encore propres à le mesurer, & à en donner la perspective.

Enfin les différents objets à la portée de l'œil, & destinés à être dessinés sur un tableau, sont à une distance finie les uns des autres & par rapport à l'œil, tandis que la circonférence de l'horizon céleste en est à une distance infinie : donc tous les points qui forment les parties de ces objets, doivent être censés infiniment proches les uns des autres & de l'œil, & par conséquent tous les angles que font entr'elles, sur des plans de niveau, les droites qui terminent les faces & les côtés des objets, doivent être censés au centre de l'horizon céleste, & mesurables par les divisions de la ligne horizontale.

379. D'où il suit I°. que *les divisions de la ligne horizontale du tableau, sont propres à mesurer & à représenter en perspective tous les angles qui sont dans un plan de niveau quelconque.*

380. II°. Que *pour mettre en perspective un angle original quelconque, il faut chercher sur le tableau le point de perspective du sommet* (on va l'enseigner n°. 389) *& tirer de ce point deux droites qui aboutissent aux divisions propres à marquer les degrés de cet angle, ou qui aboutissent aux mêmes divisions de la ligne horizontale, auxquels eussent abouti deux rayons tirés de l'œil parallélement à chaque côté de cet angle.*

381. III°. Que *si de tant de points* C, D, E, *qu'on voudra* (Fig. 55) *pris sur le champ du tableau, on tire deux droites à deux mêmes divisions* A, B, *de la ligne horizontale, les angles* ACB, ADB, AEB *seront les perspectives d'angles originaux égaux entr'eux, & dont le nombre des degrés qui les mesure, est égal à celui des divisions comprises entre* A *&* B. C'est 30 degrés dans cette figure. En effet, puisque BC, BD, BE aboutissent

à un même point accidental B, elles font (363) les perspectives de trois paralleles : de même les droites AC, AD, AE font les perspectives de trois paralleles ; or trois paralleles rencontrant trois autres paralleles, elles leur doivent être également inclinées, & par conséquent former avec elles des angles égaux.

382. Il fuit enfin qu'une droite, comme DA ou EA, tirée fur le tableau d'un de fes points quelconques D ou E, & aboutiffante à un point A de la ligne horizontale, eft la perfpective d'une ligne originale couchée fur un plan de niveau & inclinée au plan vertical du côté où eft le point A, & d'une quantité exprimée par le nombre qui marque le degré où eft le point A : par exemple, DA ou EA font les perfpectives de deux droites de niveau, qui déclinent de 10 degrés à droite du plan vertical.

Problêmes fur la pratique de la Perfpective par le Chaffis.

383. PROBLEME I. *D'un point donné* C (Fig. 55) *fur un tableau, mener une droite perfpectivement parallele à une droite donnée en perfpective comme* DF. On fuppofe ces droites dans des plans de niveau.

SOLUTION. Prolongez DF jufqu'à ce qu'elle rencontre la ligne horizontale en quelque point B, & joignez CB.

384. PROBLEME II. *Faire à l'extrêmité* D (Fig. 55) *d'une droite donnée en perfpective* DF, *& pofée originalement fur un plan de niveau, un angle dans le même plan de tant de degrés qu'on voudra.*

SOLUTION. Prolongez DF jufqu'à la rencontre de la ligne horizontale en un point quelconque B, depuis lequel comptez fur les divifions le nombre de degrés demandés du côté où l'angle doit être, comme de B en A, & tirez DA.

385. REMARQUE I. Si l'angle demandé eût été, par exemple, de 60 ou 80 degrés, on l'auroit fait de même en prenant le point A à 60 ou à 80 degrés du point B, c'eft-à-dire, 20 ou 40 degrés au-delà du point de vue S.

386. II. S'il eût fallu faire l'angle vers la droite du point B, & fi les divifions de la ligne horizontale qui font au-

delà de B n'eussent pas été suffisantes, on auroit pris depuis B vers la gauche un nombre de degrés égal au supplément de l'angle donné, comme depuis B jusqu'en A; & par les points A & D, on auroit tiré DR, qui eût fait l'angle perspectif BDR de la quantité & du côté demandés.

387. PROBLEME III. *D'un point* D (Fig. 56) *donné sur une droite* CE *mise en perspective, y élever perspectivement une perpendiculaire.*

SOLUTION. Ce problême revient au précédent. Ayant prolongé CE jusques à la ligne horizontale en B, il faut prendre un point A tel qu'il y ait 90° depuis B sur les divisions, & tirer AD.

388. PROBLEME IV. *D'un point donné sur un tableau, mener perspectivement une perpendiculaire à une droite donnée.*

SOLUTION. Soit CE (Fig. 56) la droite donnée, & F le point donné. Ayant prolongé CE jusqu'à la ligne horizontale en B, prenez un point A éloigné de 90° du point B; par A & par le point F faites passer la droite AD qui sera la perpendiculaire cherchée.

389. PROBLEME V. *Etant données la distance d'un point original placé sur le terrein au plan du tableau, & sa distance au plan vertical, trouver son point de perspective.*

SOLUTION. Tirez une ligne occulte par les divisions du montant qui marquent la distance au plan du tableau, & une autre du point de vue au point de la division de la base ou bord inférieur du tableau, qui marque la distance du point original au plan vertical: l'interfection de ces deux occultes donnera le point de perspective cherché. Par exemple, si la distance au plan du tableau étoit de 4 modules, & au plan vertical de 3 modules à gauche, le point de perspective seroit en G.

390. REMARQUE. Si le point donné n'étoit pas sur le terrein, mais élevé au-dessus, ou enfoncé au-dessous, comme dans un fossé, il faudroit imaginer une droite tirée de ce point original perpendiculairement sur le terrein, laquelle mesure alors la hauteur ou l'abaissement de ce point à l'égard du terrein, & comme cette perpendiculaire

eſt en même temps parallele au plan du tableau, & au plan vertical, le point du terrein auquel cette perpendiculaire aboutit, eſt à la même diſtance à l'égard de ces deux plans, que le point original. Il faut donc comme ci-deſſus déterminer ſur le tableau la perſpective du point du terrein où la perpendiculaire aboutit, & y ayant fait paſſer une droite parallele à la ligne verticale, il faut en déterminer perſpectivement la longueur, ſelon la diſtance du point original au plan du Terrein, ce qu'on enſeignera dans le problême ſuivant; & l'extrêmité de cette perpendiculaire ſera la perſpective du point original donné.

391. PROBLEME VI. *Mettre en perſpective une droite originale donnée de grandeur & de poſition.*

SOLUTION. Soit la longueur de la ligne donnée de 2 modules. Qu'une de ſes extrêmités G (fig. 56) doive être éloignée du plan vertical de 3 modules, & du plan du tableau de 4. Je cherche par le problême précédent la perſpective G de ce point: mais pour trouver celle de l'autre extrêmité, il y a trois cas.

392. I. CAS. *Lorſque la ligne originale eſt parallele au plan vertical.* Suppoſons que ſon extrêmité G doive être la plus proche du tableau; puiſque la ligne a 2 modules de longueur, l'autre extrêmité doit être éloignée du plan du tableau de 6 modules. Je tire du point G au point de vue une droite GS, & par les points 6,6 du montant, je mene la ligne occulte 6 I 6. L'interſection I donne l'autre extrêmité cherchée.

Mais ſi le point G eût dû être l'extrêmité la plus éloignée du tableau, j'euſſe ôté 2 de 4, & par les points 2, 2 des montans, j'euſſe mené une ligne occulte qui eût donné ſur S 3 le point cherché.

393. II. CAS. *Lorſque la ligne originale eſt parallele au plan du tableau.* Alors ou elle a ſon extrêmité G la plus proche du plan vertical, ou cette extrêmité en eſt la plus éloignée; dans ce dernier cas, il eſt clair que l'autre extrêmité n'eſt éloignée du plan vertical que de 1 module. Du point de vue S, je mene une occulte à la diviſion 1 du bord inférieur

du tableau, & son intersection K avec la parallele à la ligne horizontale qui passe par le point G, donne l'autre extrêmité demandée.

Mais si l'extrêmité G eût dû être la plus proche du plan vertical, j'eusse eu 5 modules de distance de l'autre extrêmité au plan vertical, & j'eusse tiré du point de vue S, une occulte à la division 5.

394. III. CAS. *Lorsque la ligne originale est oblique au plan vertical & au plan du tableau.* Comme si on vouloit qu'elle déclinât de 20 degrés à droite du plan vertical.

Par le point G je tire une droite au 20ᵉ degré de la ligne horizontale à la droite du point de vue; de ce même point G & du même côté à droite vers lequel la ligne horizontale décline, je tire GK parallele à la ligne horizontale; je la fais (393) perspectivement égale à la droite originale, c'est-à-dire, de 2 modules : de son extrêmité K je tire une droite KQ qui puisse couper la ligne GL qui va de G au 20ᵉ degré, du côté où doit être l'extrêmité cherchée, & qui aboutisse en même temps au degré de la ligne horizontale où est marquée la moitié du complément de l'angle dont la ligne originale est oblique par rapport au plan vertical, (c'est ici 35° qui est la moitié de 70° complément de 20°). L'intersection de KQ avec GL, donnera en L la perspective de l'extrêmité de la ligne demandée. Car en faisant attention à cette opération, on voit qu'on a mis en perspective un triangle original isoscele GKL, dont les côtés perspectivement égaux sont GK & GL.

395. REMARQUE. En construisant sur un plan à part, ou en calculant par la Trigonométrie, un triangle rectangle dont la droite originale seroit l'hypoténuse, & un des angles seroit égal à son obliquité à l'égard du plan vertical, on trouveroit par la valeur du côté opposé à cet angle, de combien l'autre extrêmité de la ligne originale donnée, est plus ou moins éloignée du plan vertical que n'est le point G : du point de vue S ayant tiré par G la droite SM, on prendroit sur les divisions du bord inférieur du tableau la quantité MP dont l'extrêmité L de la ligne cherchée est

originalement plus près ou plus loin du plan vertical, & ayant tiré au point de vue la droite PS, son intersection avec GH donnera en L le point cherché.

396. PROBLEME VII. *Diviser une ligne donnée en perspective en tant de parties égales qu'on voudra.*

SOLUTION. Soit PQ (Fig. 57) la ligne donnée, qu'il faut diviser en quatre parties égales. Par un point S quelconque pris sur la ligne horizontale, tirez par les extrêmités P, Q deux droites SD, ST jusques à la ligne du bord inférieur du tableau. Divisez l'intervalle DT en parties égales DM, ML, LG, GT, & tirez SM, SL, SG; & la ligne donnée se trouvera divisée en parties égales, dans les points *m*, *l*, *g*. Car il est évident qu'elle se trouve interceptée entre des paralleles originales SD, SM, SL, SG, ST (383), & que ces paralleles sont également éloignées entr'elles, puisqu'elles coupent FD en parties égales. Donc elles coupent aussi PQ en parties perspectivement égales.

397. REMARQUE I. Pour plus d'exactitude, il faut choisir le point S, de sorte que ses deux distances aux extrêmités de la ligne PQ donnée, soient les plus égales qu'il est possible.

398. REMARQUE II. S'il falloit diviser PQ en parties inégales entr'elles, mais déterminées selon un devis; on diviseroit TD en parties proportionnelles à celles du devis, ce qui se peut faire aisément par le compas de proportion, & tirant du point S des lignes à ces divisions, elles couperont PQ aux points cherchés.

399. PROBLEME VIII. *D'un point donné* A (Fig. 57) *sur le terrein, tirer la perspective* AK *d'une droite qui fasse originalement avec le plan vertical un angle trop grand pour pouvoir être marqué sur la ligne horizontale.*

Du point donné A je tire du côté où j'ai la place suffisante, une droite AH parallele à la ligne horizontale, je la fais perspectivement égale au rayon principal. Je prends sur les divisions de la ligne horizontale une droite OZ depuis le point de vue O jusques au point Z qui marque un degré égal au complément de l'angle donné: je vois sur les divisions

du bord inférieur de combien de modules eſt cette droite OZ ; je tire OH, ſur laquelle je prends HK perſpectivement égale à ce nombre de modules. La droite AK ſera la direction de la perſpective demandée.

Car AH étant égale au rayon principal, & l'angle AHO étant perſpectivement droit, il eſt clair que HK eſt perſpectivement la tangente de l'angle HAK, complément de l'angle donné. Donc AK eſt la direction cherchée.

400. REMARQUE. Si on vouloit que la droite demandée fût en même temps d'une longueur donnée, il faudroit prendre ſur AH un point N tel que AN fût perſpectivement égale à la droite demandée, & mener NC au degré de la ligne horizontale qui eſt la moitié du complément de l'angle donné (394). Ce qui donnera AV.

401. SCHOLIE. Il réſulte de tous les problêmes précédens, qu'on peut mettre ſur le chaſſis le plan perſpectif d'un objet ſur le devis de ſes angles & de ſes côtés. L'exécution en ſera plus prompte & plus commode, ſouvent même plus exacte, en y employant les poſitions & les longueurs de différentes diagonales qu'on imagine ſur le plan original. Le calcul en eſt très-facile dans les polygones réguliers. C'eſt ſur quoi il faut beaucoup s'exercer.

402. PROBLEME IX. *Mettre en perſpective des droites perpendiculaires au plan horizontal*: ou ce qui eſt le même, *mettre en perſpective les lignes de hauteur.*

I. SOLUTION. On peut réſoudre ce problême par ce qui a été enſeigné ci-deſſus n°. 357.

403. II. SOLUTION. Qu'il faille élever du point Q (Fig. 57) une perpendiculaire à l'horizon, haute de 6 modules $\frac{1}{2}$. Par le point de vue O, ou même par un point quelconque pris dans la ligne horizontale, & par le point Q tirez une droite OF, juſques au bord inférieur du tableau en F. Elevez au point F une perpendiculaire FE à ce bord inférieur, faites-la de ſix modules $\frac{1}{2}$ pris ſur les diviſions de ce bord, & portés de F en E, tirez OE ; & ſon interſection avec une perpendiculaire QI à la ligne horizontale tirée du point Q, donnera en I le ſommet de la ligne cherchée.

Car il eſt évident (381) que OF & OE ſont les perſpectives de deux lignes de niveau paralleles entr'elles, & que par conſéquent les droites FE, QI qu'elles interceptent ſont originalement égales entr'elles.

404. III. Solution. Il eſt clair que la diſtance de la ligne horizontale à la perſpective d'un point original placé ſur le terrein, contient toujours autant de modules qu'on en a ſuppoſés dans la hauteur de l'œil au-deſſus du terrein. Par exemple, ſi on a tiré la ligne horizontale à cinq modules de diſtance du bord inférieur pris ſur les diviſions de ce bord, ce qui ſuppoſe que l'œil eſt élevé de 5 modules au-deſſus du terrein, la diſtance du point Q à la ligne horizontale eſt de 5 modules perſpectifs; regardant donc QR comme ayant cinq modules, on pourra prendre deſſus un point I qui ſoit éloigné du point Q de $6\frac{1}{2}$ des cinq parties égales qu'on trouve dans QR. Ceci s'exécute facilement à l'aide du compas de proportion.

405. Probleme X. *Diviſer les lignes perſpectives des hauteurs en parties égales ou inégales dans un rapport donné.*

Solution. Les lignes perſpectives des hauteurs étant paralleles au plan du tableau, elles ſe diviſent en parties égales ou inégales dans le rapport donné, & cela ou par le compas de proportion, ou en marquant ſur FE (Fig. 57) les modules du devis pris ſur les diviſions du bord inférieur du tableau, & en tirant du point O des droites aux diviſions de FE, & elles diviſeront QI dans le même rapport.

406. Probleme XI. *Déterminer ſur le tableau le point accidental des paralleles qui ſont inclinées à l'horizon, & données de poſition.*

Solution. Puiſque les paralleles ſont données de poſition, ayant imaginé des plans verticaux ſur leſquels chacune de ſes paralleles eſt tirée, il eſt clair que ces plans verticaux ſont auſſi paralleles entr'eux, & qu'on ſçait la poſition qu'ils ont à l'égard du plan vertical du tableau. Or, ou ils ſont paralleles à ce plan vertical, ou ils ſont poſés obliquement à ſon égard d'une quantité donnée.

407. I. Si ces plans verticaux ſont paralleles au plan ver-

tical du tableau, le point accidental cherché eſt dans la ligne verticale du tableau, au-deſſus ou au-deſſous du point de vue, d'une quantité égale au nombre des degrés du complément de l'inclinaiſon de ces paralleles à l'égard de l'horizon, pris depuis le point de vue ſur les diviſions de la ligne horizontale : le point accidental eſt au-deſſus du point de vue, ſi l'inclinaiſon de ces lignes écarte leur ſommet du plan du tableau, & au-deſſous ſi elle l'en rapproche.

408. Qu'on veuille, par exemple, mettre en perſpective un parallélopipede rectangle dont les faces ſoient inclinées à l'horizon de 39°, & appuyé parallélement au plan vertical, contre un plan perpendiculaire à l'horizon ; comme ſi c'étoit une ſolive (voyez fig. 60) appuyée contre un mur ſitué parallélement au plan du tableau. Alors il eſt clair 1°. que les côtés qui terminent les faces du parallélopipede ſont des paralleles inclinées à l'horizon de 39°, & que les plans verticaux dans leſquels on ſuppoſe ces côtés, ſont paralleles au plan vertical du tableau. 2°. Que les plans des baſes du parallélopipede ſont auſſi inclinés à l'horizon d'une quantité égale à 51° complément de 39°, à cauſe des angles droits qui ſont aux angles ſolides du parallélopipede. 3°. Que parmi les huit lignes qui terminent les deux baſes, il y en a quatre paralleles à l'horizon (mis ici en perſpective *ab*, *dc*, AB, DC), ſavoir, celle qui eſt couchée ſur le terrein & ſa parallele (AB, DC :) & celle qui eſt appuyée ſur le mur & ſa parallele (*ab*, *dc*) : & les quatre autres (*ad*, *bc*; AD, BC) ſont inclinées à l'horizon de 39°. D'où l'on voit qu'il faut trouver dans la ligne verticale deux points accidentaux, l'un T au-deſſus du point de vue, pour les droites (A*a*, B*b*, C*c*, D*d*) qui terminent les faces, & dont l'inclinaiſon écarte leur ſommet du plan du tableau, & l'autre P au-deſſous du point de vue S, pour celles (AD, BC, *ad*, *bc*) qui terminent les baſes, & dont l'inclinaiſon les rapproche du plan du tableau. Il faut donc prendre ſur les diviſions de la ligne horizontale une droite égale au complément de 51°, c'eſt-à-dire, à la tangente de 39°, & la porter de S en T, & une ligne égale au complément de 39°, & la porter

de S en P ; la figure fait entendre le reste.

409. II. Si ces paralleles données sont dans des plans verticaux qui fassent un angle avec le plan vertical du tableau : comme si on supposoit que le parallélopipede de l'exemple précédent dût être appuyé sur un plan qui fît avec le plan vertical un angle de 30°, ou ce qui est le même, qui eût une obliquité de 60° à l'égard du plan du tableau : alors il faudroit trois points accidentaux, l'un en T (fig. 59) pour les côtés qui terminent les faces, l'autre en Q pour les côtés de la base qui sont appuyés l'un sur le terrein, l'autre sur le mur, & pour leurs paralleles ; & le troisieme en P, pour les côtés de la base qui ne touchent le terrein ou le mur que par une de leurs extrêmités, & pour leurs paralleles.

410. Il n'y a aucune difficulté pour le point accidental Q des lignes qui sont couchées sur le terrein, il doit toujours être dans la ligne horizontale, au point qui marque leur obliquité à l'égard du plan vertical. Mais pour trouver chacun des deux autres, par exemple T, voici la méthode.

411. Prenez sur la ligne horizontale VQ la tangente VE du complément de l'inclinaison des faces à l'horizon. Portez-la de O en F sur une perpendiculaire élevée du point de 45°. Joignez VF qui coupera en R la perpendiculaire DT élevée du point D où est marqué le complément de la déclinaison des faces à l'égard du plan vertical ; portez OF de D en K, joignez KR, faites DT = KR, & le point accidental cherché sera en T. On trouve de même le point P.

412. Pour démontrer cette pratique, il faut concevoir qu'une droite inclinée à l'horizon de 39 degrés, par exemple, étant prolongée à l'infini, iroit aboutir dans le ciel en un point élevé de 39° au-dessus de l'horizon, ou si on veut, elle iroit aboutir dans la circonférence d'un petit cercle de la sphere céleste, parallele au cercle de l'horizon, & éloigné par tout de 39°. (On appelle en Astronomie ces sortes de paralleles à l'horizon des *Almicantarats*, c'est un mot Arabe.) Or puisque (377) la ligne horizontale du tableau est la perspective de l'horizon céleste, *la perspective d'un almicantarat*

l'almicantarat est une hyperbole, dont le sommet est dans la ligne verticale, le demi-axe principal est égal à la tangente de la hauteur de ce cercle au-dessus de l'horizon, (c'est-à-dire, il est égal à la partie de la ligne horizontale, comprise depuis le point de vue, jusques à la division qui marque le nombre des degrés de la hauteur), *& le second demi-axe est le rayon principal.*

413. Car un cercle céleste parallele à l'horizon est la base d'un cône optique dont le sommet est dans l'œil, & la base du cône opposé est un almicantarat également abbaissé au-dessous de l'horizon. Que A (fig. 58) soit le lieu de l'œil, que ABH représente le plan de l'horizon céleste confondu avec le terrein ou plan géométral à une distance infinie du point A, que PT représente le plan du tableau, MEG l'almicantarat élevé au-dessus de l'horizon de la quantité mesurée par l'angle HAE, & KNI l'almicantarat au-dessous de l'horizon; il est clair que les deux cônes opposés étant coupés par le plan du tableau PT, parallélement à leur axe CL, les sections mSM, Nsn sont deux hyperboles, dont le point de vue B du tableau est le centre, & AD ou SB est le demi-axe principal. Et pour faire voir que AB est le demi axe conjugué, soit AD ou SB $= a$, soit SD, PC, ou AB $= b$ (c'est le rayon principal). Soit AC ou BP $= x$: Donc SP $= x - a$. Soit PM $= y$. Dans les triangles rectangles semblables ASD, SPE, on a AD : SD :: SP : EP. Donc EP $= \frac{bx - ab}{a}$, & EC $=$ EP $+$ PC $= \frac{bx}{a}$: de même PG $=$ PC $+$ CG $= \frac{bx + ab}{a}$: Or à cause du cercle EMG, on a (Elem. 565) PM$^2 =$ PE $\times$ PG : donc $yy = \frac{bbxx}{aa} - bb$. C'est (Elem. 840) l'équation à l'hyperbole dont a & b sont les deux demi-axes.

414. D'où l'on voit que si par le point C (fig. 59) qui marque sur le plan vertical une hauteur de 39° (ayant fait VC $=$ VE) on fait passer une hyperbole CTB dont VC & VO soient les demi-axes, elle sera la perspective de l'almicantarat de 39°, & que le point accidental qu'on cherche,

doit se trouver dans cette hyperbole à l'endroit où elle est rencontrée par la perpendiculaire élevée du point D. Reste donc à démontrer que par la construction enseignée ci-dessus (411), on a trouvé le vrai lieu du point T.

415. Soit donc VO $=b$, VC ou OF $=a$, VD $=y$; DT ou KR $=x$, à cause des triangles semblables VDR, OVF, on a OV : OF : : VD : DR, donc DR $=\frac{ay}{b}$, & DR$^2=\frac{aayy}{bb}$, & à cause de KD ou VC $=a$, on a KD$^2=aa$: or dans le triangle rectangle KDR, on a KR$^2=$ KD$^2+$ DR^2 ou $xx=aa+\frac{aayy}{bb}=$ DT^2. Donc (Elem. 844) DT est une ordonnée au second axe d'une hyperbole dont VC & VO sont les demi-axes conjugués.

416. COROLL. 1. Il est clair (Elem. 833) que VF est l'asymptote de l'hyperbole CTB, de sorte qu'ayant le point T de l'almicantarat de 39°, il est aisé (Elem. 874) de décrire l'hyperbole entiere qui est la perspective de cet almicantarat.

417. REMARQUE I. Cette méthode est très-pratiquable, lorsque les inclinaisons & les déclinaisons des lignes originales n'excedent pas 50 à 60 degrés : car lorsqu'elles sont plus grandes, elles exigent des prolongements de lignes sur le plan du chassis qui sont fort incommodes. On est même alors obligé de se passer de point accidental, & de déterminer chaque ligne inclinée en particulier, en cherchant par la Trigonométrie ou par une opération graphique (voyez-en la méthode n°. 518) le point du terrein où répond l'aplomb du sommet de chaque ligne inclinée, & la longueur de cette ligne à plomb, puis en mettant ce point & cette longueur en perspective.

418. REMARQUE II. Ayant compris tout ce qui s'est dit précédemment, la figure 59 fait voir comment on a mis facilement en perspective le parallélopipede proposé ci-dessus (n°. 409).

419. COROLL. 2. Il est évident que dans la formule $xx=\frac{aabb+aayy}{bb}=(bb+yy)\times\frac{aa}{bb}$, a est la tangente de

l'inclinaiſon I des paralleles données, y eſt la tangente de l'obliquité O du plan vertical du tableau à l'égard du plan vertical dans lequel elles ſont ſituées, & b eſt le ſinus total R : cette formule eſt donc $xx = (R^2 + T^2O) \times \frac{T^2I}{R^2}$: Or ſelon les principes de la Trigonométrie $sec^2 = R^2 + T^2$: Donc $xx = sec^2O \times \frac{T^2I}{R^2}$: Donc $x = secO \times \frac{TI}{R}$. Mais ſelon les mêmes principes, $sec = \frac{R^2}{cos.}$: Donc $x = \frac{R^2}{cos\,O} \times \frac{TI}{R} = \frac{R \times TI}{cos\,O}$. On a donc cette analogie : *Comme le coſinus de l'obliquité du plan vertical du tableau à l'égard des plans verticaux ſur leſquels ſont ſituées des paralleles originales inclinées à l'horizon, eſt à la tangente de cette inclinaiſon : ainſi le rayon eſt à la diſtance de la ligne horizontale du tableau au point accidental de ces paralleles.*

420. COROLL. 3. D'où on voit que ſi par tous les degrés marqués ſur la ligne horizontale on tire des perpendiculaires, elles feront autant de perſpectives de grands cercles de la ſphere perpendiculaires à l'horizon, on les appelle en Aſtronomie *des cercles verticaux*) propres à meſurer par leurs degrés toutes les inclinaiſons poſſibles des droites ſituées obliquement à l'horizon & au plan vertical. La ligne verticale du tableau eſt elle-même un de ces grands cercles, qu'on peut comparer au méridien de la ſphere céleſte. Si donc on vouloit diviſer en degrés tous ces verticaux perſpectifs, il eſt clair que la ligne verticale auroit des diviſions égales à celles de la ligne horizontale; & qu'à l'égard des autres verticaux, on les diviſeroit aiſément par le calcul de l'analogie précédente.

421. Mais pour faire graphiquement cette diviſion, ſoit OQ (fig. 61) la ligne horizontale, SB la ligne verticale, OY le vertical qu'il faut diviſer. Portez le rayon principal de O en Q, & portez de O en M la diſtance OS de ce vertical au point de vue. (En regardant la ligne verticale du tableau comme le méridien, la diſtance OS s'appelleroit en Aſtronomie l'*Azimuth* du vertical à diviſer). Joignez

MQ, & du point Q comme centre avec le rayon QO décrivez l'arc de cercle ON. Du point N abaissez sur OQ la perpendiculaire NL, laquelle est évidemment le cosinus de l'azimuth, puisque OM en est la tangente & NL le sinus. Portez LQ de Q en P, à l'opposite du point O. Faites passer par P la perpendiculaire CPR sur laquelle portez de part & d'autre du point P comme en *t*, *u*, *x* &c. les divisions prises sur la ligne horizontale depuis S. Par le point Q & par les points *t*, *u*, *x* &c. tirez des droites qui donneront les points T, V, X &c. des divisions demandées. Car P*t* étant, par exemple, la tangente de 10° dont le rayon est OQ, les triangles rectangles semblables QOT, QP*t* donnent QP : P*t* :: QO : OT. C'est l'analogie du corollaire précédent (419).

422. REM. III. En supposant un cube inscrit dans la sphere céleste ou terrestre, en sorte que l'axe de l'équateur ou celui de l'Ecliptique soit perpendiculaire à deux faces opposées, on peut, en suivant ces regles, projetter sur les quatre autres faces des points qui sont sur la surface de la sphere qui s'étendent à 45 degrés de part & d'autre de l'équateur ou de l'écliptique. On en pourroit aussi projetter de plus éloignés, en supposant que les plans de ces faces fussent prolongés. C'est ainsi qu'ont été construites les Cartes célestes du Pere Pardies.

423. PROBLEME XII. *Mettre en perspective une figure placée sur un plan de niveau éloigné de celui du terrein.*

SOLUTION. Prenez sur les divisions du bord inférieur AB (fig. 62) du tableau le nombre de modules dont ce plan est élevé, portez-le de part & d'autre sur les montants du chassis de B en L, & de A en K, joignez LK, & considérez cette droite comme si c'étoit le bord inférieur du tableau, l'espace LCDK, comme s'il étoit le terrein ou le champ du tableau, en sorte que la figure donnée soit placée sur ce terrein. La droite LK aura donc toutes les mêmes divisions que BA ; & les mêmes usages à l'égard de cette figure, que BA à l'égard des objets couchés réellement sur le terrein. L'usage de la ligne horizontale & de ses divisions

ne changera pas : mais à l'égard des droites CL, DK sur lesquelles il faut prendre les distances des points de la figure donnée au plan du Tableau, leurs divisions ne sont pas les mêmes que celles des droites CB, DA; mais elles leur sont proportionnelles. C'est pourquoi on peut rapporter les unes aux autres par le moyen du compas de proportion, ou graphiquement de la maniere suivante.

Portez la droite DA sous un angle à volonté de D en F, pour avoir DF=DA. Marquez sur DF les divisions de la droite DA que vous voulez rapporter sur DK; & ayant joint FK, par tous ces points tirez sur DK des paralleles à FK, elles donneront sur DK les divisions correspondantes à celles de AD. Comme si on vouloit avoir sur DK le point de 2 modules de distance au tableau, on prendra deux modules de F en G, on tirera GH parallele à FK, & on aura KH pour la mesure de deux modules de distance au tableau sur le plan élevé.

Ce seroit précisément la même chose pour un plan plus haut que le plan horizontal ou plus bas que le terrein, comme si on vouloit représenter quelque chose dans un fossé. Il faudroit seulement dans le premier cas porter LK au-dessus de CD, & dans le second cas, au-dessous de BA comme en *lk*.

424. PROBLEME XIII. *Etant donnée la perspective* B (fig. 63) *du centre d'un cercle d'un rayon donné, comme de 3 modules, trouver la perspective de ce cercle.*

SOLUTION. Faites passer par le point donné B & par le point de vue V, une droite FV, & une parallele DC à la ligne horizontale. Faites (391) BC, BD perspectivement de 3 modules. Faites encore passer par le point B deux droites FG, OL qui tendent au point de 45° de part & d'autre. Du point de 22 degrés ½ à droite tirez par les points C, D deux droites CM, DN qui donneront les points M, N sur la droite OL; & de l'autre point de 22 ½ degrés à gauche tirez par les mêmes points C, D deux droites qui donneront sur PG deux points *k*, I. Enfin faites passer une courbe réguliere par les huit points trouvés C, I, E, N, D, K, F, M;

ce sera la perspective du cercle donné.

425. Il est évident que *la perspective d'un cercle doit être une ellipse de quelque façon que le cercle soit situé.* Car les rayons tirés de chaque point de la circonférence de ce cercle à l'œil du spectateur forment un cône ou un conoïde dont le sommet est dans l'œil, & dont la section par le plan du tableau ne peut être qu'une ellipse.

426. On décrira plus facilement & plus exactement cette ellipse si on fait passer par les points E, F des paralleles à la ligne horizontale, qui formeront un Trapeze PLGO, lequel est la perspective d'un quarré dans lequel le cercle original est inscrit. L'ellipse doit donc aller toucher tous les côtés de ces trapezes aux points C, D, E, F.

En faisant attention à l'opération prescrite dans ce problême, on voit qu'elle sert à trouver les sommets des huit angles d'un octogone régulier qui seroit inscrit dans le cercle.

427. REMARQUE Il est évident que le point B n'est pas le centre de l'ellipse, ni DC son grand axe. Le centre est au point S qui est au milieu de la droite EF. Car OG ou PI est une tangente à l'Ellipse, & DC qui lui est parallele est coupée en deux également en B par la droite EF qui passe par les points de contact : Donc DC est une double ordonnée dont EF est le diametre, donc le centre de l'ellipse est à son point de milieu S.

428. A l'égard de la position des axes de cette ellipse ; elle varie selon la distance du cercle original au plan vertical & au plan du tableau. Comme ceci n'est que de pure curiosité, il suffit de remarquer en général que le grand axe d'une ellipse qui est la perspective d'un cercle, n'est que la perspective de la corde de ce cercle qui joint les deux points de contact des deux rayons visuels tirés de l'œil à ce cercle.



CHAPITRE III.

Exemple, & Remarques générales pour tracer toutes sortes de Perſpectives.

429. Lorsque l'on veut mettre en perſpective un objet compoſé d'un grand nombre de parties, l'adreſſe du deſſinateur conſiſte à remarquer avec ſoin quelles ſont celles qui ſont ſituées dans un même alignement, dans des lignes paralleles, dans des mêmes verticales, dans des mêmes diagonales, &c. afin que toutes ces parties ſe trouvent dans leurs vraies places dans la perſpective, & que les erreurs des opérations ne ſe multiplient pas.

430. Qu'il faille, par exemple, mettre en perſpective un piedeſtal d'ordre Toſcan : de ſorte qu'une des faces viſibles ſoit inclinée au plan vertical de 40° à gauche, & l'autre face de 50° à droite : que le coin de la plinte inférieure le plus proche de l'œil ſoit éloigné du plan du tableau d'un module, & à gauche du plan vertical de deux modules. Qu'enfin toutes les dimenſions de ce piedeſtal ſoient comme elles ſont marquées dans la figure 64, laquelle peut être auſſi groſſiérement faite qu'on voudra, parce qu'elle ne ſert qu'à montrer l'ordre & la poſition des parties ; mais toutes les dimenſions y doivent être exactement marquées par des nombres.

431. Pour embraſſer moins de difficultés à la fois, nous repréſenterons les différentes opérations qu'il faut faire par différentes figures, ce qui ſervira encore à éviter la confuſion des lignes. Et d'abord ayant conſtruit mon chaſſis perſpectif ſuivant les dimenſions auxquelles je me ſuis déterminé par la grandeur de mon tableau, je tire du point de vue V (fig. 73) au point marqué 2 ſur le bord inférieur du tableau, à gauche de la ligne verticale, une droite V2 ; & par les points marqués 1 ſur les montants, je tire une

droite 1A1 qui me donne en A la perspective du coin du piedestal le plus proche de l'œil (389).

432. Du point A je tire les droites indéfinies A40, A50 qui sont les directions des deux faces visibles. Du point de vue V je tire au bord inférieur du tableau à la division 7 sur la droite, une droite V7 dont l'interfection avec 1A1 donne (393) AC perspectivement de 9 modules, parce que selon le devis les faces de la plinte inférieure du piedestal ont 9 modules de longueur. Du point C je tire à 20° (moitié de 40° complément de 50°), une droite C 20 à droite, qui donne en E la perspective du coin de la plinte qu'on voit à droite (394). Après quoi j'acheve facilement la perspective ADEF de l'assiette de la plinte, en tirant de A une droite à 5° direction de la diagonale, & de E une droite EF à 40°; leur interfection F est la perspective du coin de la plinte opposé au coin A : Par F & par 50°, je fais passer une droite qui va rencontrer en D la droite A 40.

433. Et parce que cette plinte est quarrée, que d'ailleurs toutes les dimensions des moulures du piedestal sont égales sur chacune de ses quatre faces, j'en conclus que non-seulement la diagonale tirée du point A au point F, mais encore toutes celles qu'on voudra tirer sur le plan de toutes les moulures, doivent aboutir au 5e degré à droite de la ligne horizontale, puisque ce degré est à 45 degrés des deux points 40° à gauche & 50° à droite.

434. J'en conclus encore qu'en imaginant un plan élevé perpendiculairement sur la diagonale 5A de l'assiette de la plinte, toutes les diagonales des plans des moulures doivent être dans ce même plan.

435. C'est pourquoi I°. Pour pouvoir marquer facilement les retraites & les saillies de ces moulures, je divise une partie de cette diagonale la plus proche de l'œil en parties perspectivement égales (396). Pour ne pas embarrasser de divisions le bord inférieur du tableau, je me sers de la ligne AC qui lui est parallele. Et parce que le point de la ligne horizontale qui doit servir à faire cette division, est arbitraire (396), je choisis le point de 40°, par lequel

& par le point E (Fig. 74) je tire une droite jusqu'à ce qu'elle rencontre en G la droite AC prolongée s'il est nécessaire. Je divise AG en 9 parties égales à cause des 9 modules de face que la plinte inférieure doit avoir. Je subdivise les deux premieres parties qui sont vers A en d'autres plus petites, comme ici en moitiés. Par ces divisions je tire à 40° des droites qui divisent AF aux points H, K, L qui serviront à trouver les retraites & les saillies ; je les marque des mêmes nombres que leurs parties correspondantes sur AG.

436. Il faut remarquer que les parties AH, HK, KL ne sont pas des demi-modules perspectifs : ce sont des quantités qui sont à des demi-modules du devis, comme la diagonale d'un quarré est à son côté, ou comme $\sqrt{2}$ à 1 : ce sont les parties A*h*, *hk*, *kl* qui sont des demi-modules perspectifs. J'appellerai les divisions de la ligne AF, l'*échelle des saillies*.

437. II°. Pour avoir facilement les dimensions en hauteur, je prolonge la diagonale FA jusques au bord inférieur du tableau en M, j'éleve une perpendiculaire indéfinie MT, sur laquelle je marque avec les divisions du bord inférieur du tableau toutes les dimensions des hauteurs marquées dans le devis (fig. 64) aux lettres N, O, P, Q, R, S, T. J'appellerai dans la suite la droite MT (fig. 74) l'*échelle des hauteurs*.

438. Tout étant ainsi préparé, des quatre coins de l'assiette de la plinte (fig. 75) j'éleve des perpendiculaires indéfinies AB, DI, FG, EC, & je tire du point N de l'échelle des hauteurs une droite N5 au point 5 de la ligne horizontale : son interfection avec AB donne en B la hauteur perspective AB du coin de la plinte. De ce point B je mene au point de 40° une droite qui rencontrant la perpendiculaire DI, donne en I le sommet du coin de la plinte qu'on voit à gauche : & une droite au point de 50° qui donne en C le haut du coin de la droite : du point C je tire à 40° & du point I à 50° des droites qui donnent en G par leur interfection le haut du coin de la plinte op-

posé au coin A. Or si l'on a opéré exactement, le point G doit se trouver non-seulement dans la perpendiculaire FG, mais encore dans la diagonale N5. Ces deux vérifications doivent servir par-tout à se redresser, & à empêcher que les erreurs ne se multiplient.

439. Pour élever perspectivement le réglet marqué ON dans le devis, je tire d'abord les diagonales BG, IC; (fig. 76) & parce que, selon le devis, ce réglet doit avoir 0, 6 modules de retraite, je prens sur l'échelle des saillies une portion AH = 0, 6. J'éleve du point H une perpendiculaire jusques à la rencontre D de la diagonale BG. Le point D est le coin inférieur de ce réglet. De ce point je tire à 40° puis à 50° des droites qui donnent sur la diagonale IC les deux coins inférieurs K, F: de ces deux points K, F je tire à 50°, & à 40° deux droites qui doivent s'entrecouper, & donner le coin E précisément sur la diagonale BG: de sorte que le Quadrilatere DKEF est la perspective de l'assiette du réglet. De ces quatre coins, j'éleve des perpendiculaires indéfinies, puis par le point O, qui marque sur l'échelle des hauteurs la hauteur du réglet, & par le point de 5° je tire une droite O5 qui donne en V sur la perpendiculaire DV le sommet du coin du réglet, & en Y le sommet du coin opposé. Je tire à 40° & à 50° des droites qui donnent comme ci-dessus les sommets des deux coins d'à côté en L & en X. Pour vérifier mes opérations, je tire des points L, X aux points de 50° & de 40° deux droites qui doivent se couper au point Y déja trouvé. Par ce moyen la perspective du réglet est achevée.

440. Pour élever le dé, je tire les diagonales LX, YV: (fig. 77) & parce que, selon le devis, ce dé a 1, 2 modules de retraite, je prends sur l'échelle des saillies un espace AC = 1, 2. Du point C j'éleve une perpendiculaire indéfinie, qui rencontrant la diagonale VY au point K, donne en ce point le coin inférieur du dé, en supposant que ce dé n'ait pas de chanfrein. Du point k je tire à 40° & à 50° des droites qui donnent les points B & D sur la diagonale LX, où doivent répondre les coins inférieurs vus

de côté, & par les points B, D tirant des droites à 50° & à 40°, je dois trouver en I sur la diagonale VY le coin opposé au coin K. Ainsi le quadrilatere KBID est la perspective de l'assiette du dé.

441. Des quatre angles de ce quadrilatere, j'éleve des perpendiculaires indéfinies KE, BG, DF, IH; & pour les terminer à la hauteur nécessaire, du point Q qui marque cette hauteur sur l'échelle des hauteurs, je tire à 5° une droite Q5 qui donne en E le sommet du coin de devant. De ce point E je tire à 40° & à 50° des droites qui donnent en G & en F les deux coins d'à côté; de G & F je tire à 50° & à 40° des droites qui doivent se couper dans la droite Q5, & donner en H le coin opposé à la vue.

442. Pour décrire le chanfrein du pied du dé: du point P qui marque la hauteur de ce chanfrein sur l'échelle des hauteurs, je tire à 5° une droite qui donne en *k* la hauteur de ce chanfrein sur le coin KE, & par des droites tirées comme ci-dessus à 40° & à 50°, je trouve les autres points *b*, *d*, *i*: je décris donc une courbe de *b* en L, de *d* en X & de *k* en V, observant que la concavité de cette derniere courbe doit être tournée vers la gauche, parce que l'œil est situé à droite du piedestal.

443. Je passe maintenant à la base du talon marqué RQ sur le devis (fig. 64) & à la regle ou bandelette SR qui est posée sur ce talon.

Sur le quarré perspectif du sommet du dé (fig. 78) je tire les diagonales GF, EH, je les prolonge un peu au-delà du dé, parce que la base du talon doit saillir. La retraite de cette base est marquée 0, 9 dans le devis: c'est pourquoi du point B pris sur l'échelle des saillies, j'éleve une perpendiculaire BC qui donne en C, où elle rencontre le prolongement de la diagonale EH, le coin de devant de la base du talon: après quoi je trouve facilement comme ci-dessus les autres coins I, L sur les prolongements de la diagonale GF, & le coin K sur la diagonale EH.

444. Ensuite à cause que la bandelette est dans le même à plomb que la plinte inférieure, je prolonge indéfiniment

les perpendiculaires qui terminent les coins visibles V, A, X de cette plinte. Du point R pris sur l'échelle des hauteurs, je tire à 5° une droite R5 qui donne en P sur la perpendiculaire AP le coin inférieur de la bandelette. Du point S qui marque sur l'échelle des hauteurs, la hauteur de cette bandelette, je tire à 5° une droite S5 qui donne sur la même perpendiculaire le sommet *p* de ce coin : après cela je trouve facilement les deux autres coins visibles N*n*, O*o*, en tirant des droites à 40° & à 50°.

445. Et parce que, selon le devis, la partie supérieure du talon se termine au-dessous de cette bandelette avec une retraite de 0, 3 module, ayant tiré la diagonale NO; (fig. 79) d'un point pris sur l'échelle des saillies à 0, 3 module de distance du point A, j'éleve une perpendiculaire qui va rencontrer R5 au point *c* où doit être le coin de ce talon : par des droites tirées de *c* à 40° & à 50° & terminées à la diagonale NO, je trouve les deux autres coins visibles *i*, *l*; je décris les courbes *i*I, *l*L, C*c*, après quoi la perspective de ce talon est achevée.

Il ne reste plus que la plinte supérieure : & parce que selon le devis, elle a précisément la même saillie que le dé; je prolonge indéfiniment les droites qui terminent les coins de ce dé. Du point T qui marque sur l'échelle des hauteurs la hauteur de la plinte, je mene à 5° une droite T5, qui rencontre en E la ligne du coin de devant prolongée : ce point E est donc la perspective du coin supérieur de la plinte ; enfin, en tirant de ce point E les droites à 40° & à 50° je trouve les deux autres coins visibles en G & en F.

446. Voici maintenant quelques Remarques sur les pratiques précédentes.

I°. Si dans le devis il y avoit quelque partie qui dût faillir plus que le coin inférieur de la base de l'objet, on pourroit trouver ces saillies sur l'échelle en y faisant des divisions qui soient en-deça du point A.

447. II°. Si on a marqué sur le bord supérieur du tableau les mêmes divisions que sur le bord inférieur, ainsi qu'on en a averti au n°. 372, on élevera facilement

toutes les perpendiculaires néceſſaires, parce qu'il ne faudra qu'appliquer une regle ſur deux diviſions correſpondantes de chaque bord, en ſorte que la regle paſſe en même tems par le point d'où il faut élever la perpendiculaire.

448. III°. Dans la pratique de la perſpective les diagonales ſont d'un grand ſecours, tant pour vérifier les poſitions des angles perſpectifs des polygones, que pour trouver les centres perſpectifs de ces mêmes polygones : par exemple, on eût pû vérifier encore toutes les opérations de l'exemple précédent en examinant ſi toutes les interſections mutuelles des diagonales qu'on y a tirées, ſont dans une même droite parallele à la ligne verticale. Car elles doivent toutes ſe couper dans l'axe du piedeſtal, & cet axe eſt une ligne à plomb.

449. IV°. Les interſections des diagonales ſervent à trouver ſur le terrein perſpectif le point qui répond aux ſommets des objets terminés en pointes ou pyramides, comme ſont les clochers, les tourelles, les pavillons, &c.

450. V°. Les diagonales ſont très-commodes pour prendre les ſaillies & les retraites : mais l'uſage que nous en avons fait dans l'article précédent ne s'étend qu'aux quarrés & aux polygones réguliers ſymmétriques : parce que les retraites ou les ſaillies étant toujours d'une largeur égale ſur toutes les faces du ſolide, elles forment des quarrés ou des polygones réguliers concentriques, & par conſéquent les coins de ces ſaillies ou retraites ſont dans les diagonales qui paſſent par le centre de la figure du plan ſur lequel on les poſe.

451. Lorſque ces plans ne ſont pas quarrés, mais, ce qui eſt le plus ordinaire, en parallélogrammes rectangles comme ABCD, (fig. 72) dont les côtés AB, CD ſont de 3 modules $\frac{1}{2}$ & les côtés BC, AD de 4 $\frac{1}{2}$ modules, il faut prendre depuis chaque angle ſur les côtés originalement les plus longs AD, BC, des parties AE, BF, DG, CH perſpectivement égales aux côtés originalement les plus petits AB, DC, & qui ſoient par conſéquent de 3 $\frac{1}{2}$ modules dans cet exemple, afin de décrire ſur la ſurface du rectangle

ABCD des quarrés perſpectifs ABFE, DCHG dont les diagonales BE, AF, GC, DH ſerviront, comme ci-deſſus, à trouver les coins des ſaillies & des retraites : on pourra même en choiſir une pour la diviſer & en faire une échelle de ſaillies.

452. Mais ſi le plan eſt un polygone irrégulier, alors, au lieu d'un ſimple devis de l'arrangement & des dimenſions des parties de l'objet qu'on veut mettre en perſpective, il en faut faire géométralement un plan exact, ſur lequel toutes les retraites & les ſaillies ſoient marquées dans toutes leurs dimenſions & proportions, aſſujetties à une échelle aſſez grande, pour que les petites parties y ſoient ſenſibles. Il faut ſur ce plan tirer deux perpendiculaires qui marquent la vraie poſition du plan vertical, & celle du tableau, afin qu'on puiſſe meſurer avec le compas & l'échelle, la diſtance de chaque point à ces deux plans, pour mettre ces points en perſpective ſelon le problême V ou XII.



CHAPITRE IV.

Des préparations nécessaires pour mettre en perspective un grand nombre d'objets donnés de grandeur & de position.

J'APPELLERAI *le devant de la scène* tous les objets qu'on veut faire entrer en entier sur le devant du tableau.

453. I°. Lorsqu'on a un grand nombre d'objets à mettre en perspective, ou ce qui revient au même, lorsque l'objet qu'on veut représenter est très-grand, comme un Palais entier, un Jardin avec ses avenues, &c. après en avoir fait un devis qui marque les distances respectives, les hauteurs & grosseurs de toutes les parties, il faut calculer à quelle distance du tableau on doit supposer le devant de la scène. Pour y réussir, il faut commencer par prendre sur son devis la hauteur de l'objet le plus proche du tableau & le plus élevé, & faire cette analogie :

Comme la hauteur du tableau,
Est au rayon principal ;
Ainsi la hauteur de l'objet,
Est à la distance de l'œil où il faut placer l'objet, pour que sa hauteur puisse être représentée toute entiere dans le tableau.

Par exemple, supposant que AB, (fig. 65) est l'objet le plus proche & le plus élevé, sa hauteur étant de 16 modules : le tableau TR ayant 5 modules de hauteur, le rayon principal OT de 10 modules : il est clair que RT : TO : : BA : AO. Par le calcul AO = 32 modules, & par conséquent AT = 22 modules. Il faut donc éloigner le devant de la scène de 22 modules, afin que l'objet le plus proche & le plus élevé s'y voye tout entier.

454. II°. Il faut voir ensuite si en supposant la distance trouvée ci-dessus, le tableau est assez large pour comprendre tout le devant de la scène: pour cela il faut faire cette analogie :

Comme la distance de l'œil à l'objet trouvé par l'analogie précédente,
Est au rayon principal ;
Ainsi la largeur du devant de la scène,
Est à la largeur que doit avoir le tableau pour le contenir.

455. Car soit AB (fig. 67) la largeur du devant de la scène = 48 modules; soit en O le lieu de l'œil éloigné de AB de 32 modules = OC. Soit DE la largeur du tableau. Lorsque tout le devant de la scène contient dans le tableau, les rayons qui vont de l'œil aux extrêmités A, B, doivent passer par les bords D, E du tableau. Les triangles AOB, DOE sont semblables à cause des paralleles AB, DE : donc les perpendiculaires OC, OF en sont les dimensions homologues : donc OC : OF :: AB : DE. Selon le calcul DE = 15 modules. Il faut donc que le tableau ait 15 modules de large pour contenir le devant de la scène, tant en longueur qu'en hauteur. Mais si le tableau n'en avoit, par exemple, que 12, alors pour lui faire contenir tout le devant de la scène, il faut éloigner davantage les objets, ce qui se peut faire par cette analogie qui est l'inverse de la précédente :

Comme la largeur du tableau ;
Est au rayon principal ;
Ainsi la largeur du devant de la scène,
Est à la distance de l'œil où il faut le placer pour le faire entrer tout entier dans le tableau.

Dans le calcul de cette analogie sur les suppositions précédentes, on trouve 40 modules : & par conséquent il faut éloigner le devant de la scène de 30 modules du tableau.

456. III°. Pour déterminer la position de la ligne horizontale & de la ligne verticale du tableau, il faut choisir le point

le point du devant de la scène vis-à-vis duquel on veut que l'œil du spectateur soit placé. Ce point est donc à une certaine distance d'un des bords du devant de la scène, & à une certaine hauteur au-dessus du terrein. Ces distances étant déterminées par le devis, elles servent à déterminer à quelle distance d'un des côtés du tableau on doit y tirer la ligne verticale, & à quelle distance du bord inférieur de ce tableau on doit tirer la ligne horizontale ; pour cela il faut calculer les deux analogies qui suivent :

Comme la distance de l'œil au point choisi sur le devant de la scène,
Est au rayon principal ;
Ainsi la distance du point choisi à une des extrêmités du devant de la scène,
Est à la distance de la ligne verticale au bord du tableau, qui est du même côté, que l'extrêmité à laquelle on a rapporté le point choisi.

Car il est évident que CO : FO :: CB : FE.

Ensuite. . . . . .

Comme la distance de l'œil au point choisi,
Est à la hauteur de ce point au-dessus du terrein ;
Ainsi le rayon principal,
Est à la distance de la ligne horizontale au bord inférieur du tableau.

Car si CE (fig. 66) représente le terrein, CA la hauteur de l'objet choisi A, DF le tableau ; il est clair que OA : AC :: OT : TD.

457. Si on n'avoit assujetti l'œil qu'à être placé vis-à-vis du point choisi, en sorte que la hauteur où l'on veut placer l'œil au-dessus du terrein, fût différente de celle du point choisi : alors l'analogie précédente représentée par les mêmes triangles OAC, ODT deviendroit :

Comme la distance de l'œil au point du devant de la scène, qui répond au point choisi,
Est à la hauteur de l'œil au-dessus du terrein ;

Ainsi le rayon principal,
Est à la distance de la ligne horizontale au bord inférieur du tableau.

458. IV°. Si le devant AB (fig. 69) de la scène n'étoit pas parallele au plan DE du tableau, mais s'il lui étoit incliné d'une quantité connue BAL : comme si on vouloit représenter une façade de bâtiment vue un peu obliquement, & que cette façade remplît exactement la largeur du tableau; les calculs préparatoires sont un peu plus difficiles : on peut les éviter en faisant différens essais : c'est-à-dire, en mettant en perspective les quatre points des extrêmités de cet objet, & en réglant les dimensions de son tableau sur celles du trapeze perspectif que donnent ces quatre points. Mais lorsque l'on voudra faire directement ce calcul, on s'y prendra de la sorte:

459. Ayant choisi le point F par où l'on veut faire passer le plan vertical, & calculé par la Trigonométrie, ou pris par le moyen d'un plan exact & d'une échelle la valeur des lignes AL, FM, AH, FH, soit $OP = r$, $DE = t$, $PE = x$, c'est la distance du bord E du tableau à la ligne verticale; laquelle étant connue par le calcul suivant, servira à calculer le reste : soit encore $BL = b$, $FM = HL = d$, $AH = f$; les triangles semblables BGL, OPE donnent $OP : PE :: BL : LG$ ou $r : x :: b : \frac{bx}{r} = LG$. Donc $HG = d - \frac{bx}{r}$. Les triangles semblables HGO, PEO donnent $PE : OP :: HG : HO$, ou $x : r :: d - \frac{bx}{r} : HO = \frac{dr}{x} - b$. Enfin les triangles semblables AHO, PDO donnent $DP : PO :: AH : HO$ ou $t - x : r :: f : HO = \frac{fr}{t-x}$. Faisant une équation des deux valeurs de HO, on a $\frac{dr}{x} - b = \frac{fr}{t-x}$, d'où on tirera $xx - \frac{drx - btx - frx}{b} = -\frac{drt}{b}$, & faisant pour abréger $\frac{dr + bt + fr}{b} = a$, on a $xx - ax = -\frac{drt}{b}$: Donc $x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{drt}{b}} = PE$. Connois-

sant donc PE, on aura PD, ensuite PD : OP :: HA : HO. Or PF = HO + HF — OP ; on aura donc la distance du point de vue P du tableau, au point F du devant de la scène, par où le plan vertical doit passer.

460. V°. A l'égard de la position de l'œil & de sa hauteur, il est bon de remarquer que dans les tableaux ordinaires, tels que sont ceux qui sont destinés à parer un appartement, il est à propos de supposer l'œil élevé de 7 à 8 pieds au-dessus du terrein ou plan géométral, excepté lorsqu'on a un grand nombre d'objets à représenter sur un terrein seulement comme seroit le tableau d'un Jardin ; car alors il est nécessaire d'élever l'œil, de sorte que les parties ne soient pas trop dégradées par la perspective, & qu'on puisse les distinguer sans confusion. Ces sortes de perspectives s'appellent *à vue d'oiseau.*

461. Ainsi on ne doit pas s'astreindre à placer l'œil à la hauteur ordinaire d'un homme comme de 5 à 5 pieds $\frac{1}{2}$, si ce n'est dans les perspectives qui sont faites pour être vues de très-loin, & pour paroître une continuation du terrein sur lequel le spectateur est placé. Telle seroit un bout de gallerie allongée par un tableau de perspective, ou un tableau mis au fond d'un Jardin. Dans les perspectives de décoration de théâtre, on doit supposer l'œil placé vers le milieu de l'amphithéâtre, & à la hauteur de trois ou quatre pieds au-dessus du niveau de cet amphithéâtre, afin que le terrein mis en perspective paroisse une continuation non interrompue du parquet du théâtre.

462. Tout ce qu'on peut dire en général, c'est qu'il faut choisir la hauteur à laquelle l'œil étant placé, il puisse voir le plus distinctement qu'il est possible, les objets qui doivent nécessairement entrer dans la composition du tableau, de sorte qu'ils y fassent un bel effet. C'est ce qu'on ne peut déterminer que par le moyen de différentes esquisses. Parce que *toute perspective doit être réguliere pour faire un bel effet ; mais toute perspective réguliere ne fait pas toujours un bel effet.* C'est le sort de tous les arts, & sur-tout de ceux qui dépendent des principes qui ne sont pas arbitraires.

463. VI°. La longueur du rayon principal doit aussi être proportionnée à la distance des objets derriere le tableau, en sorte que les parties de ces objets ne soient ni trop raccourcis ni trop défigurées. Et lorsque le tableau ne doit pas être vu de loin, ni être assujetti à une certaine place fixe, on peut se servir de cette regle : *Le rayon principal ne doit pas être plus court que la moitié de la diagonale du tableau, ni plus long que cette diagonale, lorsque l'on veut que tous les traits des principaux objets soient finis.*

464. Car l'expérience nous apprend que d'un coup d'œil & sans remuer la tête, on ne peut voir un objet entier, si l'angle à l'œil formé par des rayons tirés aux extrêmités de l'objet est obtus, & qu'on ne peut plus distinguer parfaitement toutes les parties sensibles d'un groupe d'objets, si l'angle à l'œil entre ses extrêmités est plus petit que de 60 degrés. D'où il est facile de conclure que quand l'œil F (fig. 68) est éloigné du milieu D du tableau d'une quantité DF égale à la diagonale BC de ce tableau, les distances FB, FC de l'œil aux coins B, C de ce tableau sont plus grandes que cette diagonale BC, (puisque l'hypoténuse FC est plus grande que le côté FD = BC), & par conséquent le triangle BFC est un peu plus allongé qu'un triangle équilatéral, donc l'angle à l'œil est moindre que de 60 degrés (il est aisé de calculer qu'il est de 53° 8′).

465. Mais quand l'œil E est à la distance ED de la moitié de la diagonale BC, les triangles EBD, ECD sont rectangles & isosceles, donc les angles BED, CED sont chacun de 45 degrés, & l'angle total de 90 degrés.

466. Dans les grandes perspectives, comme dans celles des décorations de théâtre, dans celles des Jardins ou des Galleries qu'on doit supposer hors de la portée ordinaire de la vue, & dont par conséquent les traits ne doivent qu'être dessinés grossiérement & non pas finis, on doit placer l'œil à la distance que la situation du lieu exigera.

CHAPITRE V.

De la Perspective des Ombres.

467. LA connoiſſance de la Perſpective des Ombres eſt abſolument néceſſaire dans la Peinture, mais ſurtout, lorſque l'on doit repréſenter des objets éclairés par le Soleil ou par quelque lumiere voiſine, en ſorte que les ombres ſoient terminées & très-noires.

468. Le point lumineux (c'eſt-à-dire, celui qui en éclairant un corps opaque, occaſionne une ombre derriere ce corps, & à l'oppoſite du point lumineux), peut être placé ou derriere le tableau, ou dans le plan du tableau, ou devant le tableau.

469. Lorſque le point lumineux eſt derriere le tableau, ou bien il eſt en-deçà de l'objet éclairé, alors l'ombre va en s'éloignant du tableau & en tendant par conſéquent vers la ligne horizontale : ou bien il eſt au-delà de l'objet, & alors l'ombre ſe rapproche du tableau & tend vers le bord inférieur du tableau, ſi l'objet eſt plus bas que la lumiere; ou vers le bord ſupérieur, ſi l'objet eſt plus élevé.

470. Lorſque le point lumineux eſt en-deçà du tableau, il peut être placé entre l'œil & le tableau, ou bien derriere l'œil. Dans ces deux cas, l'ombre va en s'éloignant du plan du tableau, & en tendant ſur le terrein vers la ligne horizontale.

471. Si le point lumineux eſt le Soleil ou la Lune, il ne peut être que derriere le tableau & au-delà des objets, ou dans le plan du tableau, ou en devant du tableau derriere l'œil : car il ne pourroit être derriere le tableau & en-deçà des objets, ni entre le tableau & l'œil, à moins qu'on ne le ſuppoſât au zénith de quelque point pris entre le tableau & l'objet, ou entre le tableau & l'œil; mais à cauſe de la diſtance immenſe de ces deux aſtres, ces cas ne peuvent arri-

ver que les astres ne soient en même temps au zénith des objets, du tableau & de l'œil; & par conséquent dans le plan du tableau.

472. D'où l'on voit que les ombres du Soleil ou de la Lune sont plus faciles à déterminer que celles des lumieres voisines des objets, telles que sont les lampes ou les bougies.

ARTICLE I.

Propriétés des ombres qu'on considere dans la Perspective.

473. NOus avons démontré dans la premiere partie les propriétés générales des ombres; il suffit donc de rapporter ici celles qui ont un rapport plus immédiat avec la perspective.

474. THEOR. I. *Les ombres du Soleil levant ou du Soleil couchant sont infinies, sur les plans horizontaux : ou en général, lorsque le Soleil ou un objet lumineux est dans le plan où des objets élevés sont placés, les ombres de ces objets s'étendent indéfiniment sur le plan.* Car les longueurs des ombres étant (57) comme les cotangentes des hauteurs du corps lumineux au-dessus du plan éclairé, lorsque la hauteur est nulle, c'est-à-dire, lorsque le corps lumineux est dans le plan qu'il éclaire, la cotangente de cette hauteur est infinie.

475. THEOR. II. *Les ombres solaires sont de même longueur que les objets éclairés, lorsque la hauteur du Soleil est de* 45°. Elles ne sont que la moitié, le tiers, le quart, &c. selon que le Soleil est élevé de 63° 26′, de 71° 34′, de 75° 58′ &c. Elles sont doubles, triples, quadruples, &c. quand le Soleil est élevé de 26° 34′, de 18° 26′, de 14° 2′ &c. ce qui est évident par la table des tangentes.

476. THEOREME III. *L'ombre d'une droite originale projettée sur un plan quelconque est aussi une droite.*

Car le point lumineux est le sommet, & les deux rayons

qui passent par les extrêmités de cette droite originale sont les côtés du triangle dont la droite originale est la base. L'ombre de cette ligne est le prolongement du plan de ce triangle au-delà de sa base : ce plan d'ombre ne peut donc être coupé par un autre plan qui le rencontre que par une ligne droite (Elem. 629) & cette intersection devient l'ombre de la droite originale projettée sur ce plan rencontré.

477. COROLL. *Ayant sur un plan deux points par où l'ombre d'une droite doit passer, on a la direction de cette ombre :* & réciproquement, *pour avoir la direction suivant laquelle l'ombre d'une droite est couchée sur un plan, il faut trouver deux points d'ombre sur ce plan.*

478. THEOREME IV. *L'ombre d'un objet éclairé par un point lumineux, est un segment ou reste de Pyramide, dont la partie tronquée a le point lumineux pour sommet, & pour base la surface éclairée de l'objet. Ce segment s'étend indéfiniment à l'opposite du point lumineux, jusqu'à ce qu'il soit terminé par quelque surface qui l'intercepte : & c'est la portion de cette surface qui est comprise dans ce segment, qui est l'ombre de l'objet éclairé.*

Ce Théorême n'a pas besoin de démonstration.

479. COROLL. I. *L'ombre d'un corps éclairé par un point lumineux voisin est d'autant plus étendue sur la surface qui la reçoit, que le point lumineux est plus près de l'objet, & que cette surface en est plus éloignée.*

480. COROLL. II. *L'ombre d'un corps éclairé par un objet lumineux infiniment éloigné, comme le Soleil ou la Lune, est un prisme qui s'étend indéfiniment depuis l'objet éclairé qui est une des bases, jusqu'à ce qu'il soit intercepté par une autre surface, dont la portion couverte d'ombre est l'autre base. Car alors les rayons lumineux sont paralleles entr'eux.*

481. COROLL. III. *En faisant abstraction de la Pénombre, les ombres solaires sont paralleles & égales aux lignes droites originales, lorsqu'elles sont reçues sur un plan parallele à ces droites.* Car les deux rayons qui passent par chaque extrêmité d'une de ces droites sont paralleles entr'eux; ils forment donc un parallélogramme avec cette ligne & avec son ombre. D'où l'on voit 1°. que *les ombres solaires d'un objet*

ſont de même largeur que les dimenſions de l'objet qui ſont expoſées directement au ſoleil. 2°. Que les perſpectives des ombres paralleles aux droites originales, doivent tendre (363) *aux mêmes points accidentaux que les perſpectives des lignes dont elles ſont les ombres.*

482. COROLL. IV. Le contour d'une ombre reçue ſur une ſurface n'eſt autre choſe qu'une perſpective, dont le point lumineux tient le lieu de l'œil, le contour de la ſurface éclairée eſt l'objet original, & la ſurface qui intercepte l'ombre eſt le tableau.

483. THEOREME V. *L'ombre d'une droite verticale en ſe couchant ſur un plan quelconque, ſe dirige de ſorte qu'elle tend au point où ce plan ſeroit rencontré par la verticale ou ligne à plomb qui paſſe par le point lumineux.*

Soit en L (fig. 70 & 71), un objet lumineux, P ou *p* le point où ſon à-plomb rencontre un plan quelconque (incliné ou de niveau, au-deſſous ou au-deſſus du point lumineux L,) ſur lequel ſont ſituées des lignes verticales comme AB ou CD : Je dis que leur ombre FB, ED ſe dirige au point P ou *p*. Car puiſque AB ou CD ſont des droites verticales, les triangles d'ombres FAB, EDC ſont poſés d'à-plomb ou verticalement; & leurs plans étant prolongés vont paſſer par le point L : Donc ces plans ſe coupent dans la verticale LP : donc les côtés FB, ED étant prolongés vont paſſer par le point P ou *p*.

484. COROLL. I. *Si la lumiere* L *étoit le Soleil ou la Lune la perſpective de ſon point d'à plomb* P *ſur le terrein, ſe trouveroit dans la ligne horizontale* : car la perpendiculaire menée du Soleil ſur le plan de l'horizon, ne pourroit le rencontrer qu'à une diſtance infinie du tableau.

485. COROLL. II. *Pluſieurs lumieres qui éclairent une même verticale, cauſent autant d'ombres, dirigées chacune au point où répond l'à plomb de chaque lumiere, ſur la ſurface où l'ombre eſt reçue.*

ARTICLE II.

Des Ombres Solaires ou Lunaires, lorſque le Soleil eſt dans le plan du Tableau.

486. Iº. LOrſque le Soleil eſt dans le plan du tableau & en même temps à l'horizon : c'eſt le cas où on le ſuppoſeroit à ſon lever ou à ſon coucher ; toutes les ombres des objets qui ſont couchées ſur le terrein, ſont foibles à cauſe de la foibleſſe de la lumiere du Soleil à l'horizon ; elles ſont infinies (474). Donc leurs perſpectives s'étendent indéfiniment & parallélement à la ligne horizontale, & ſi elles rencontrent quelque ſurface élevée, elles remontent deſſus, juſqu'à ce qu'elles ſoient égales en hauteur à l'objet original. La figure ci-jointe fait entendre le reſte (voyez fig. 80).

487. IIº. Lorſque le Soleil eſt élevé ſur l'horizon d'une quantité déterminée en degrés. Il faut tirer les directions des ombres *ab* (fig. 81) depuis le pied *a* des objets parallélement à la ligne horizontale : & au ſommet *c* de chaque objet, il faut faire avec ſa ligne d'à plomb *ca* un angle *acb* égal au complément de la hauteur donnée du Soleil, afin que l'angle *abc* ſoit égal à cette hauteur, & que l'ombre ſoit terminée en *b* : à moins que quelque obſtacle ne s'y oppoſe, tel que feroit le ſolide A ou le mur *hm*. Dans ce cas, l'ombre étant arrivée en *d* remonte perpendiculairement le long de cette face de *d* en *e*. (Car le plan du triangle d'ombre *cab* étant perpendiculaire au terrein, ne doit couper cette face qui eſt perpendiculaire au terrein, que dans une droite auſſi perpendiculaire au terrein). Enſuite l'ombre s'étend ſur la face ſupérieure de *e* en *f* parallélement à la ligne horizontale, puis elle reparoît ſur le terrein en *gi* dans ſa premiere direction ; rencontrant encore en *i* le mur *hm*, elle remonte perpendiculairement ſur ce mur juſques à la rencontre de la droite *cb* où elle ſe termine en *k*.

Pour l'ombre du ſolide A, on l'a déterminée comme l'auroit été celle de *ac* ſi elle n'eût pas rencontré d'obſtacle.

488. REM. Lorſque la hauteur du Soleil eſt arbitraire, on peut, à la place de ſes degrés de hauteur, ſuppoſer un rapport entre la hauteur de chaque corps & la longueur de ſon ombre.

ARTICLE III.

Des Ombres Solaires ou Lunaires, lorſque le Soleil eſt derriere le Tableau.

489. I°. SI le Soleil eſt à l'horizon, c'eſt-à-dire, à ſon lever ou à ſon coucher, il faut ſavoir, (ou ſi cela eſt arbitraire, il faut déterminer à volonté) de combien le plan vertical qui paſſe par l'œil & par le Soleil, décline du plan vertical du tableau : c'eſt-à-dire, par quel degré de la diviſion de la ligne horizontale, le plan vertical où eſt le Soleil, doit paſſer. (On peut appeller ce point l'*azimuth du Soleil.*) Ayant marqué ce point ſur la ligne horizontale prolongée, s'il eſt néceſſaire, on pourra y deſſiner, ſi on le juge à propos, la moitié du diſque du Soleil au-deſſus de la ligne horizontale en prenant ſur les diviſions de cette ligne 24 ou 25 minutes à droite & à gauche de ce point, parce que le Soleil à ſon lever ou à ſon coucher paroît plus gros que lorſqu'il eſt élevé ſur l'horizon.

490. Le point de la ligne horizontale où eſt le centre du ſoleil, eſt le point accidental de toutes les ombres des lignes verticales (483.) Ces ombres ſont foibles, & s'étendent à l'infini en ſe rapprochant du bord inférieur du tableau, à moins qu'elles ne rencontrent quelque plan vertical ou incliné, comme un mur, ou un autre corps.

491. Soit, par exemple, l'azimuth du Soleil couchant de 40°. L'ombre du corps A (fig. 83) eſt terminée par deux droites dirigées au point de 40° de la ligne horizontale,

& qui s'étendent indéfiniment à l'oppoſite. L'ombre du cylindre B eſt auſſi terminée par deux droites tendantes à 40°: mais rencontrant un obſtacle fait en gradin, elle remonte perpendiculairement en *ei*, elle s'étend enſuite en *io* ſur l'eſpace de niveau, en ſe dirigeant toujours à 40°, elle monte encore perpendiculairement en *ot*, puis ſe dirigeant à 40° elle s'étend en *tu* : enfin elle remonte encore en *ur* où elle ſe termine en *r*, parce que la hauteur *rn* au-deſſus du plan du terrein eſt perſpectivement égale à la hauteur du cylindre.

492. II°. Si le Soleil eſt élevé ſur l'horizon, il faut marquer de même ſur les dimenſions de la ligne horizontale, le point de l'azimuth du Soleil, afin d'avoir un point accidental pour toutes les ombres des lignes verticales. Enſuite ſi la hauteur du Soleil eſt déterminée, il faut calculer (ou ſi elle eſt arbitraire, il faut ſuppoſer) le rapport de la longueur des ombres à la hauteur des objets : c'eſt (474) le même que celui du ſinus total à la cotangente de la hauteur du Soleil. Comme ſi le Soleil étoit élevé de 20°, & déclinoit à gauche du plan vertical de 40°, je trouve que la cotangente de 20° eſt 2,75; c'eſt-à-dire, que dans ce cas l'ombre eſt $2\frac{3}{4}$ de fois plus longue ſur les plans de niveau, que l'objet n'eſt haut. Soit donc AC (fig. 82) un objet vertical : je tire par ſon pied A une droite AB dirigée au point Z de 40°. Je fais (391) AB égale perſpectivement à $2\frac{3}{4}$ de fois l'objet AC: & s'il ne ſe rencontroit pas d'obſtacle, l'ombre ſeroit AB. Mais comme elle trouve ici un priſme *pk* ſur ſon chemin, l'ombre va de A en O juſques au bas du priſme, remonte perpendiculairement de O en E, s'étend ſur la baſe ſupérieure de E en I, en ſe dirigeant à 40°, enfin va ſe terminer de F en B au-delà de l'ombre du priſme & dans ſa premiere direction.

493. On voit par la figure, que l'ombre de ce priſme a été déterminée en tirant indéfiniment PG, QN, RM tendantes à 40°, & en faiſant une des trois comme QN perſpectivement égale à $2\frac{3}{4}$ fois la hauteur QT du priſme : puis en tirant MN au point de vue S, parce que (481) le côté KT y tend; & NG parallele à la ligne horizontale, parce que TD eſt parallele à cette ligne.

494. REM. I. Si l'on peut placer le Soleil même dans le tableau prolongé, s'il est nécessaire, comme en M, alors pour avoir le terme B de l'ombre du corps AC, il suffira de poser une regle sur les points M, C, & le point B où la regle coupera ZB tirée du pied de l'objet dans la direction de 40°, sera le terme cherché. On trouvera de même le point N de l'ombre du solide PK.

495. REM. II. Cette méthode est extrêmement commode lorsque l'on est maître de placer le Soleil où l'on veut; mais si l'on étoit obligé de le mettre à une hauteur déterminée, il faudroit trouver la valeur de MZ par la méthode expliquée & démontrée ci-dessus (411).

ARTICLE IV.

Des Ombres Solaires, lorsque le Soleil est derriere le Spectateur.

496. ON peut déterminer toutes les ombres dans ce cas-ci comme dans l'article précédent, en imaginant que le Soleil est dans un point du ciel au-dessous de l'horizon diamétralement opposé à celui où il se trouve réellement au-dessus. On marque le degré de l'azimuth du Soleil sur la ligne horizontale du côté qui est opposé à celui où est réellement le Soleil à l'égard du plan vertical. On calcule ensuite, si cela est nécessaire, ou on suppose, si cela est libre, le rapport de la longueur des ombres à la hauteur des objets; on détermine perspectivement la longueur de ces ombres, en remarquant qu'elles doivent toujours aller du pied des objets vers le point de l'azimuth.

497. On peut même placer le lieu du Soleil sur le tableau ou à volonté, ou géométriquement, s'il le faut, pour terminer les ombres. Pour cela, soit, par exemple, le Soleil derriere la gauche du spectateur déclinant de 40° du plan vertical, & élevé de 20° sur l'horizon. Qu'il faille trouver

l'ombre du bâton vertical AC (fig. 84). Du pied A de l'objet je tire vers Z (pris à 40° à droite de la ligne verticale) la direction AZ de l'ombre. Sur ZM perpendiculaire à SZ je place le lieu M de l'oppofite du foleil, en forte que ZM foit la perfpective d'un arc célefte vertical de 20°. Je joins MC qui donne le terme de l'ombre en *B*.

498. Car l'ombre folaire d'un point quelconque qui ne feroit pas interceptée, iroit fe terminer dans le ciel au point oppofé à celui où eft le Soleil : Donc le point du ciel oppofé à celui où eft le Soleil, le point où l'ombre eft interceptée, & le point qui jette cette ombre, font dans une même ligne droite.

ARTICLE V.

Des Ombres caufées par une lumiere voifine des objets; telle que celle d'un flambeau.

499. I°. *Lorfque la lumiere eft derriere le plan du tableau.* Pour trouver facilement les ombres, il faut placer fur le tableau, prolongé, s'il eft néceffaire, la perfpective de cette lumiere, & celle du point du terrein où répond fon à-plomb : nous appellerons ce point, *le pied de l'objet lumineux.* Car c'eft un point accidental auquel toutes les ombres de cette lumiere fe dirigent : la méthode de les trouver & de les terminer eft précifément la même que dans l'article III. qui précede ; en remarquant feulement que fi la lumiere étoit plus baffe que l'objet, l'ombre fe projetteroit fur un plafond, en fe dirigeant au point où l'à-plomb de la lumiere le rencontreroit.

500. II°. *Lorfque la lumiere eft dans un plan du tableau.* Il y faut auffi placer la perfpective de cette lumiere & celle de fon pied, ce qui eft facile : car fa diftance au plan du tableau étant nulle : la diftance de la lumiere aux plans vertical & horizontal eft la même que la diftance de fon point de perfpective à la ligne verticale & à la ligne horizontale.

La perſpective du pied de la lumiere eſt ſur le bord inférieur du tableau, & les ombres ſe déterminent comme ci-deſſus.

501. III°. *Lorſque la lumiere eſt entre le tableau & l'œil.* Il faut encore ſe ſervir des mêmes méthodes, en plaçant ſur le tableau la perſpective du point lumineux & de ſon pied. Pour cette fin, il faut mettre dans les deux analogies de la ſolution générale (351), *comme le rayon principal moins* (au lieu de *plus*) *la diſtance du point lumineux au tableau*, &c. Car ſi on prend le plan ASDI (fig. 46) pour celui du tableau, en ſorte que SA ſoit la ligne verticale, AI la ligne horizontale, & ſi on prend *asdi* pour le plan parallele à celui du tableau dans lequel la lumiere eſt ſituée au point *d*, il eſt clair qu'alors AO eſt le rayon principal, A*a* la diſtance de la lumiere au tableau, *as* ou *id* ſa diſtance au plan horizontal, *ai* ou *sd* ſa diſtance au plan vertical, & qu'on a O*a* ou OA — A*a* : OA :: *ai* ou *sd* : AI ou SD :: *as* ou *id* : AS ou ID : où il faut remarquer que la lumiere ne doit être ni fort élevée, ni loin du plan vertical, ni trop près du plan parallele au tableau qui paſſeroit par l'œil. Car alors les points de perſpective tomberoient bien au-delà des bords du tableau ; & même la perſpective du pied de la lumiere tombe néceſſairement au-deſſous du bord inférieur du tableau.

502. REM. Comme dans ce cas la lumiere fait un aſſez bel effet ſur le tableau, ſi on eſt maître de placer ſa lumiere, il faudra la ſuppoſer à une telle diſtance des plans vertical & horizontal, que ſa perſpective tombe vers un des montans du tableau un peu en-dehors & un peu au-deſſus de la ligne horizontale.

503. IV°. *Lorſque la lumiere eſt derriere le ſpectateur.* C'eſt un cas aſſez favorable pour voir diſtinctement les objets peu éloignés ; mais il eſt extrêmement difficile de déterminer les ombres : parce qu'on ne peut poſer ſur le tableau ni la perſpective du point lumineux, ni celle de ſon pied : on ne peut donc avoir de point accidental pour le concours des directions des ombres. C'eſt pourquoi il faut éviter ce cas : & l'on n'expliquera ici quelques regles pour trouver les

ombres, que pour ne laiſſer rien à deſirer ſur cette matiere.

504. Il faut donc 1°. calculer la diſtance du point de vue au point de la ligne horizontale auquel l'ombre de chaque objet vertical doit tendre. Ainſi, ſi le point éclairé & le point lumineux ſont du même côté par rapport au plan vertical, il faut faire, *comme la ſomme des diſtances du point éclairé & du point lumineux au plan du tableau eſt à la différence de leurs diſtances au plan vertical : ainſi le rayon principal eſt à la diſtance cherchée.* Laquelle ſe doit marquer ſur la ligne horizontale du même côté que le point éclairé ſi ſa diſtance au plan vertical eſt plus grande que celle du point lumineux, & du côté oppoſé ſi elle eſt plus petite.

505. D'où on voit que ſi le point éclairé & le point lumineux ſont à même diſtance & du même côté du plan vertical, l'ombre tend au point de vue.

506. Mais ſi le point éclairé eſt d'un autre côté que le point lumineux, il faut faire : *Comme la ſomme de leurs diſtances au tableau, eſt à la ſomme de leurs diſtances au plan vertical; ainſi le rayon principal, eſt à la diſtance du point de vue au point de la ligne horizontale où l'ombre tend*, & alors ce point ſe prend toujours du même côté que le point éclairé.

507. Ce calcul n'eſt autre choſe que celui de l'inclinaiſon de la baſe du triangle d'ombre ſur le plan vertical. Soit L (fig. 85) le pied du point lumineux ſur le terrein, GE le plan vertical, IK le plan du tableau, B le point du terrein où répond l'à-plomb du point éclairé. Ayant tiré LD parallélement au plan vertical & joint LB, on voit que LB eſt la direction de l'ombre ſur le terrein, & que cette droite eſt inclinée au plan vertical de la quantité de l'angle DLB. Or (Elem. 748) dans le triangle DLB, on a DL ou DF + FL : BD ou EL — GB : : R : tang. DLB ; & parce que les diviſions de la ligne horizontale ſont (370) des tangentes dont le rayon principal eſt le rayon, DF + FL eſt à EL — GB, comme le rayon principal, eſt à la diſtance du point de vue au point de la ligne horizontale où l'ombre doit tendre. Comme B eſt plus proche du plan vertical que L, l'inclinaiſon de LB porte cette direction du

côté du plan vertical opposé à celui où est le point éclairé. Il est facile d'appliquer ce raisonnement aux points éclairés A, C, pour démontrer les autres cas.

508. II°. Il faut calculer la longueur que l'ombre doit avoir sur le terrein, en la prenant depuis le pied de l'objet, afin de décrire perspectivement cette ombre. Voici comme on peut y procéder. Portez sur la ligne verticale depuis le point de vue la distance trouvée dans le calcul précédent, (il n'importe de quel côté). Mesurez la distance du point de 45° de la ligne horizontale au point de la ligne verticale où tombe la distance précédente, & faites : *Comme le produit du rayon principal par la différence des hauteurs du point lumineux & du point éclairé au-dessus du terrein, est au produit de la distance qu'on vient de trouver par la somme des distances du point éclairé & du point lumineux au plan du tableau, ainsi la hauteur du point éclairé au-dessus du terrein, est à la distance du point d'ombre sur le terrein comptée depuis le pied de cet objet.*

509. Cette analogie suppose le point lumineux plus élevé que l'objet : mais s'il étoit plus bas, elle donneroit la distance du point d'ombre sur un plafond comptée depuis le point où le plafond seroit rencontré par l'à-plomb du point éclairé.

510. Pour démontrer cette analogie, il faut considérer qu'ayant porté sur la ligne verticale une droite égale à la tangente de l'inclinaison de la ligne LB, le triangle rectangle qu'on formeroit en joignant le bout de cette droite avec le point de 45°, est semblable au triangle BLD. On auroit donc (Elem. 556), Le rayon principal (que j'appelle r) est à l'hypoténuse de ce premier triangle (que j'appelle d): comme LD ou FL + FD est à BL. Donc $BL = \frac{(LF + FD) \times d}{r}$.

511. Soit maintenant LN le terrein, (fig. 86) LH la hauteur du point lumineux H, soit BM celle du point éclairé M, ayant tiré MO parallele à LN, la différence des hauteurs du point éclairé & du point lumineux est HO. Menant HM jusques en N, BN est la distance du point d'ombre N au pied B de l'objet éclairé. Or les triangles semblables

ſemblables HOM, MBN donnent MB : BN :: HO ou HL — MB : OM ou BL ; donc $BL = \frac{(HL-MB) \times BN}{MB}$.
En faiſant une équation des deux valeurs de BL, on en déduira l'analogie, $r \times (HL-MB) : d \times (LF+FD) ::$ MB : BN qu'il falloit démontrer.

Si on ſuppoſe la figure renverſée de ſorte que LN repréſente un plafond, H un point lumineux plus bas que le point éclairé M, on aura le même point d'ombre N, & par conſéquent le même calcul.

512. Rem. I. Lorſqu'un objet eſt éclairé par pluſieurs lumieres voiſines différemment placées à ſon égard, il faut déterminer l'ombre de chacune comme s'il n'y avoit que celle-là. Toutes ces ombres ſe confondent en partie au pied de l'objet ; leur mélange y forme une ombre d'autant plus noire qu'il y a plus d'ombres ; enſuite chaque ombre s'affoiblit à meſure qu'elle ſe ſépare des autres, qu'elle s'éloigne du pied du corps éclairé, & que le terrein où elle s'étend, eſt plus vivement éclairé par une autre lumiere. Il ſera facile de deſſiner tous ces effets en examinant les ombres d'un corps éclairé par pluſieurs Bougies différemment ſituées, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'entrer ici dans un plus grand détail.

513. Rem. II. Si deux ombres affoiblies & preſque inſenſibles viennent à ſe croiſer, tout l'eſpace où elles s'entrecoupent, devient un ombre très-ſenſible, il le ſeroit encore plus s'il s'y rencontroit une plus grand nombre d'ombres.



ARTICLE VI.

Différents Problêmes sur les Ombres.

514. PROBLEME I. *Déterminer l'ombre pure d'un objet en la séparant de sa pénombre.*

SOLUTION. Ayant mis en perspective le corps lumineux ED (fig. 89) selon toutes ses dimensions, déterminez comme ci-dessus (494) l'ombre centrale AG du sommet d'un des bords de l'objet. Cherchez de la même maniere les termes F, H, des ombres des bords supérieurs & inférieurs du corps lumineux. Cherchez de même les termes *f*, *g*, *h*, de l'autre côté ou face de l'objet, tirez F*f*, & prenez sur cette droite deux points I, *i* tels que FI soit perspectivement égal à FG & *fi* à *fg*. Joignez AI, *ai*, & le Trapeze A*ai*I sera le terme de l'ombre pure : A*ah*H celui de l'extrêmité de la pénombre.

515. REM. Si le corps lumineux n'étoit pas rond, comme si on supposoit que ce fût un flambeau dont la largeur de la flamme fût à sa hauteur comme *p* à *q*, il faudroit que FI fût à FG, & *fi* à *fg*, comme *p* à *q*.

516. PROBLEME II. *Déterminer l'ombre d'une droite* AB (fig. 87) *inclinée sur le terrein, & donnée de position & de grandeur.*

SOLUTION. Calculez par la trigonométrie, ou cherchez par une opération graphique la position du point D (qui est le point du terrein qui est à plomb au-dessous du point B) à l'égard du plan vertical & du plan du tableau. Joignez BD & cherchez-en (499) l'ombre DE. Par le point A menez AE, ce sera l'ombre de AB. S'il se rencontroit un plan vertical FG, on voit que l'ombre devient AIK, parce que K est le bout de l'ombre de l'à-plomb BD.

517. Pour avoir trigonométriquement la position du point D; dans le triangle BAD rectangle en D, on connoît AB & son inclinaison BAD ; on peut donc calculer

AD. Tirant AN parallele au plan vertical, & du point D la perpendiculaire DN, dans le triangle ADN, on a AD par le premier calcul, NAD par la déclinaiſon donnée de la droite AB à l'égard du plan vertical; on peut donc calculer DN & NA, qui donnent les quantités dont D differe de poſition à l'égard de celle du point A.

518. L'opération graphique ſe fait ainſi. Sur A *d* (fig. 88) qui repréſente une parallele au plan du tableau, faites l'angle *d* AB égal à l'inclinaiſon donnée de la ligne originale, & faites AB égale à cette ligne. Abaiſſez la perpendiculaire B *d*; tirez AN perpendiculaire à A *d* & qui repréſente une parallele au plan vertical, faites-y NAF égal à la déclinaiſon de la ligne originale à l'égard du plan vertical, prenez ſur AF une droite AD = A *d*, menez DN perpendiculaire à AN, & les valeurs de DN, AN trouvées par le moyen de l'échelle feront les différences de poſition du point D à l'égard de celle du point A.

519. Rem. Si la lumiere C (fig. 90) étoit plus baſſe que le ſommet de la droite inclinée AB, en ſorte qu'il fût impoſſible de déterminer le point E (fig. 87) ſur le terrein; il faudroit prendre ſur AB (fig. 90) un point L à volonté plus bas que la lumiere C, mener ſon à-plomb LM, en déterminer l'ombre MO, & du point A tirer par O la droite indéfinie AO qui ſera l'ombre cherchée, laquelle s'étend à l'infini, ſi elle n'eſt rencontrée par quelque plan élevé ſur le terrein.

520. Autre Solution. *Lorſque la droite inclinée eſt déjà miſe en perſpective ſur le tableau.* Soit AB (fig. 91) une droite inclinée miſe en perſpective. De deux points quelconques A, D pris à volonté ſur cette droite, abaiſſez des droites AC, DE perpendiculaires ſur le terrein; par le pied P de la lumiere L, & par les points C, E tirez deux droites indéfinies PF, PG. Imaginez un plan perpendiculaire à l'horizon (parallele ſi l'on veut au plan vertical ou au plan du tableau, pourvu qu'il ne ſoit pas trop oblique aux droites PF, PG) dont l'interſection avec le terrein ſoit FK: par les points F, G où PF, PG rencontrent FK, élevez des perpendiculaires indéfinies FH, GI: par L & par A, D tirez

LAH, LDI qui donnent en H & en I sur le plan supposé les points d'ombre des points A, D : joignez HI, & le point O où elle rencontrera l'intersection FK, sera un des points de la direction de l'ombre cherchée sur le terrein ; cette direction sera donc BOQ.

521. Probleme III. *Déterminer la direction de l'ombre d'une ligne donnée inclinée* AB, *lorsqu'elle vient à rencontrer des plans plus élevés que la lumiere.*

Solution. Par le pied P (fig. 96) de la lumiere L & par le point C où aboutit la perpendiculaire BC sur le terrein, tirez une droite PCM qui rencontre les intersections du terrein avec les plans perpendiculaires des gradins aux points H, I, K, M, par lesquels élevez les perpendiculaires indéfinies HN, IO, KQ, MR ; par la lumiere L & par B tirez LR qui donnera les points d'ombre N, O, Q, R du sommet B sur tous ces plans. Déterminez par le problême précédent la direction A*m* de l'ombre sur le terrein, laquelle coupe les intersections des plans des gradins avec le terrein aux points *h*, *i*, *k*, *m*. Menez *h*N, *i*O, *k*Q, *m*R ; ce seront les directions de l'ombre inclinée sur ces plans perpendiculaires. Il sera donc aisé de conduire la ligne d'ombre A*hnostux*R. Et en traçant sur les plans perpendiculaires des gradins, les ombres des droites ST, VX, YZ, il sera aisé de marquer la route de l'ombre sur toutes les parties où elle sera visible.

522. Probleme IV. *Trouver le point où doivent tendre les ombres des lignes verticales, lorsque ces ombres doivent s'étendre sur un plan incliné.*

Solution. Par le pied P (fig. 92) de la lumiere L faites passer une perpendiculaire (388) sur l'intersection du plan incliné avec le terrein : ou si le plan incliné ABC se termine en une droite BC élevée au-dessus du terrein, par le point Q pris sur l'à-plomb LP dans le même niveau que BC, tirez sur BC (388) la perpendiculaire QR, que vous mesurerez comme on va dire : faites ensuite, Comme le rayon, à la tangente de l'inclinaison du plan sur le terrein, ainsi QR est à QT ; & le point T sera le point accidental de

toutes les ombres des lignes verticales éclairées par la lumiere L, parce que c'eſt le point où le plan ABC prolongé rencontre l'à-plomb QL de la lumiere.

523. Pour trouver graphiquement la valeur de QT, il faut poſer ſur le plan d'une figure faite exprès (voyez fig. 93) le point Q de l'à-plomb de la lumiere qui eſt au même niveau que le bord du plan incliné, & une droite BC qui repréſente ce bord, en ſorte qu'on ait ſur le plan, une figure exacte de la vraie ſituation du bord & du point Q à l'égard du plan vertical FG & de celui du tableau GH. Menez à BC la perpendiculaire QR, & une parallele QV. Tirez par R la droite RS qui faſſe ſur BC l'angle BRS égal à l'inclinaiſon du plan ſur le terrein; prolongez-la juſqu'à ce qu'elle rencontre en T la parallele QV. Meſurez ſur l'échelle la droite QT, & mettez la en perſpective ſur votre tableau.

524. Scholie. On voit de-là que ſi on a déterminé les points T, *t* (fig. 95) où les plans ABC, ACD couperoient l'à-plomb LT de la lumiere L, il ſera facile de décrire ſur ces plans la route de l'ombre NEFGHIK de la verticale MN, comme la figure le fait voir.

525. Autre Solution *pour le Soleil.* Prolongez le bord DC (fig. 94) du plan incliné juſques à la ligne horizontale en I. Du point I tirez ſur le plan incliné une droite indéfinie à volonté IL, afin d'avoir ſur ce plan une droite KL parallele au bord inférieur DC. Sur le terrein, (ou plus généralement ſur le plan de niveau ſur lequel DC eſt couchée) cherchez le point d'à plomb A d'un des deux points K ou L. Par I & par cet à plomb menez une droite indéfinie IN. Par le point F de l'azimuth du Soleil S, & par un point quelconque pris ſur DC comme D, menez une droite FO juſques à la droite IN. Elevez au point O la perpendiculaire OQ, juſques à la rencontre de la droite IL. Enfin par les points Q, D, menez une droite QT, juſqu'à la rencontre T de la perpendiculaire SF où eſt le Soleil: ce point T ſera le point de concours de toutes les ombres des lignes verticales qui tomberont ſur le plan incliné EDC.

Car il eſt évident que le triangle DQO rectangle en O,

& dont l'angle QDO est égal à l'inclinaison du plan DCE, est couché sur un plan vertical OQSF, qui passe par le Soleil S & par son à-plomb ST : donc le prolongement de QD donne en T le point où le plan incliné DCE rencontre ST.

526. REM. Nous ne parlons point ici des ombres reçues sur des corps dont les surfaces ne sont pas planes, de même que nous n'avons pas parlé de la perspective qu'on se proposeroit de tracer sur des surfaces qui ne sont pas planes, telles que sont des surfaces Cylindriques, Coniques, Sphériques, &c. parce qu'il est rare qu'on soit obligé d'opérer sur ces sortes de surfaces, & que d'ailleurs il nous faudroit entrer dans un trop long détail. Dans le cas où il seroit absolument nécessaire de tracer quelqu'une de ces sortes de perspectives, la connoissance & l'usage des principes que nous avons expliqués, un peu de Géométrie, les circonstances des lieux, des surfaces & des objets, fourniront des regles particulieres pour y réussir.

F I N.

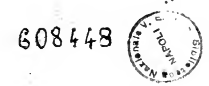


TABLE
DES TITRES
Contenus dans ces Éléments.

TROISIEME PARTIE.

De la Perspective.



Fin de la Table.



Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 21 Janvier 1750.

MEſſieurs Bouguer & Caſſini de Thury ayant été nommés pour examiner des *Leçons Elémentaires d'Optique*, que M. l'Abbé de la Caille ſe propoſe d'expliquer au Collége Mazarin; & en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'impreſſion : en foi de quoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris, ce 21 Janvier 1750.

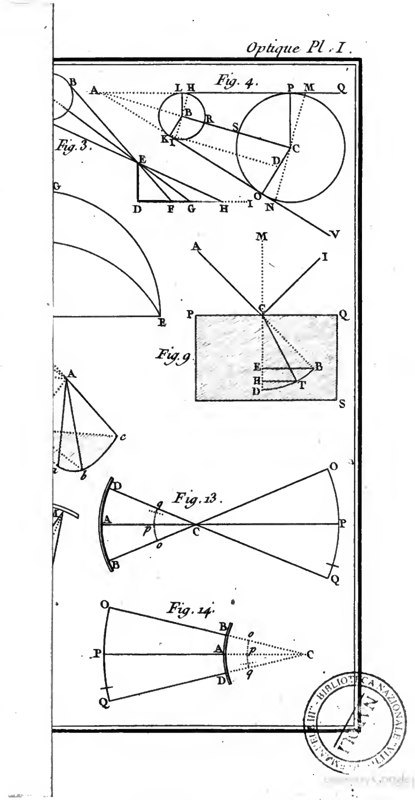
GRANDJEAN DE FOUCHI, *Secr. perp. de l'Acad. Royale des Sciences.*

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre; à nos amés & féaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conſeil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT. Nos bien-amés LES MEMBRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES de notre bonne Ville de Paris, nous ont fait expoſer qu'ils auroient beſoin de nos Lettres de Privilége pour l'impreſſion de leurs Ouvrages : A CES CAUSES, voulant favorablement traiter les Expoſans, Nous leur avons permis & permettons par ces Préſentes de faire imprimer par tel Imprimeur qu'ils voudront choiſir, toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées de ladite Académie Royale des Sciences, les Ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la compoſent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'impreſſion, en tels volumes, forme, marge, caracteres, conjointement ou ſéparément, & autant de fois que bon leur ſemblera, & de les faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de vingt années conſécutives, à compter du jour de la date des Préſentes; ſans toutefois qu'à l'occaſion des Ouvrages ci-deſſus ſpécifiés il en puiſſe être imprimé d'autres qui ne ſoient pas de ladite Académie : Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance; comme auſſi à tous Libraires & Imprimeurs d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, & débiter leſdits Ouvrages, en tout ou en partie, & d'en faire aucunes traductions ou extraits, ſous quelque prétexte que ce puiſſe être, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit deſdits Expoſans, ou de ceux qui auront droit d'eux, à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers auxdits Expoſans, ou à celui qui aura droit d'eux, & de tous dépens, dommages & intérêts; à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris,

dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier & beaux caractéres, conformément aux Réglemens de la Librairie; qu'avant de les expoſer en vente, les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion deſdits Ouvrages ſeront remis ès mains de notre très-cher & féal Chevalier le ſieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres; & qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un en celle de notre Château du Louvre, & un en celle de notredit très-cher & féal Chevalier le ſieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, le tout à peine de nullité deſdites Préſentes: du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir leſdits Expoſans & leurs ayans cauſe pleinement & paiſiblement ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes, qui ſera imprimée tout au long, au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés, féaux Conſeillers & Secrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires: CAR tel eſt notre plaiſir. DONNE' à Paris le dix-neuvieme jour du mois de Février, l'an de grace mil ſept cent cinquante, & de notre Regne le trente-cinquiéme. Par le Roi en ſon Conſeil. MOL.

Regiſtré ſur le Regiſtre XII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N. 430. Fol. 309. conformément au Réglement de 1723. qui fait défenſes, article 4. à toutes perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement; à la charge de fournir à la ſuſdite Chambre huit Exemplaires de chacun, preſcrits par l'art. 108. du même Réglement. A Paris, le 5 Juin 1750. Signé, LE GRAS, Syndic.


Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 9.
Fig. 13.
Fig. 14.

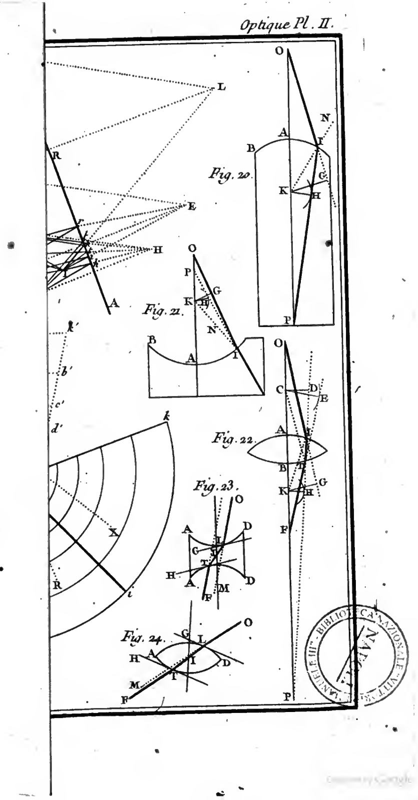

Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.

Fig. 27.

Fig. 28.

Fig. 29.

Fig. 30.

Fig. 31

Fig. 32.

Fig. 33.

Fig. 34.

D
A
D
N
C
D
G F
E
H
I
A
B
P
Q
O
Fig. 36
roiubpv
Q
K
F
P
F
Fig. 39.
G
M
E
Q
A
C
B
T
L
K
A
H
D
Q
U
P
B
V
J
O
R
C
D
f
Fig. 44.
D
E
G
L
B
K
F
D
H
M

Fig. 47.

Fig. 48.

Fig. 51.

Fig. 52.

Fig. 54.



Fig. 56.

Fig. 58.

Fig. 59

Fig. 61.

Fig. 63.

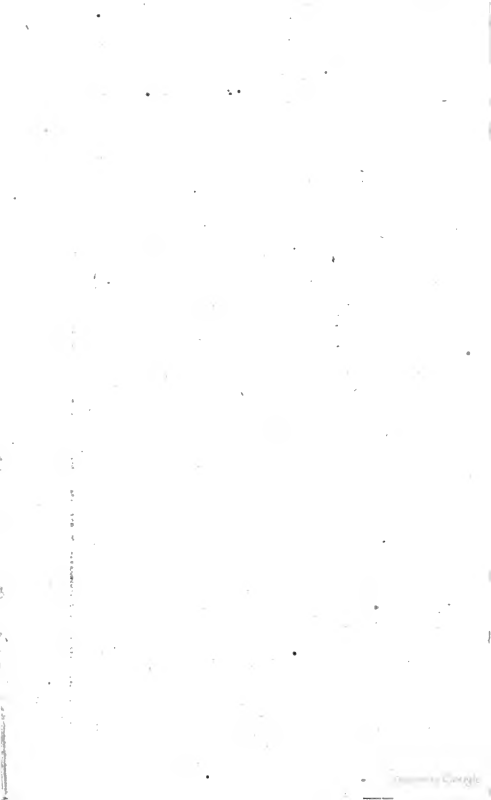
Fig. 65.

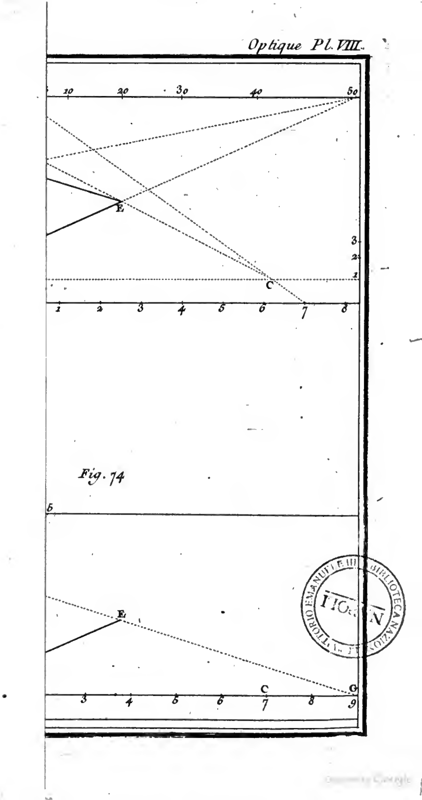
Fig. 67.

Fig. 68.

Fig. 69.

Fig. 71.




10
20
30
40
50
E
3
2
1
C
1
2
3
4
5
6
7
8
Fig. 74
5
E
C
G
3
4
5
6
7
8
9

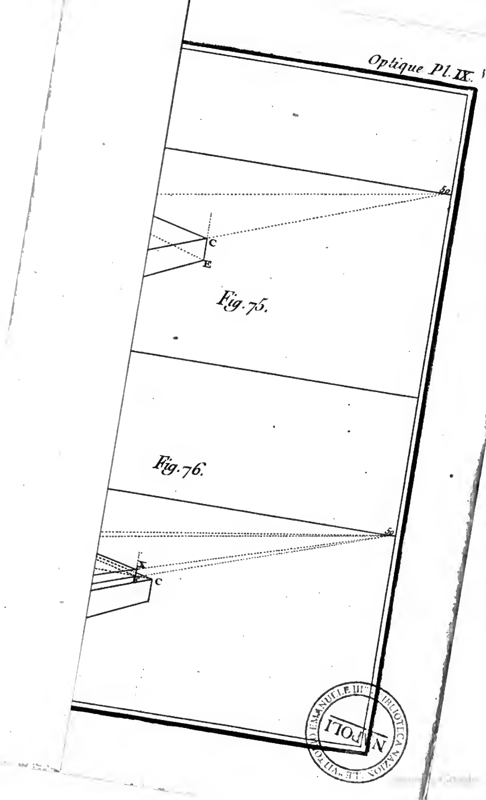
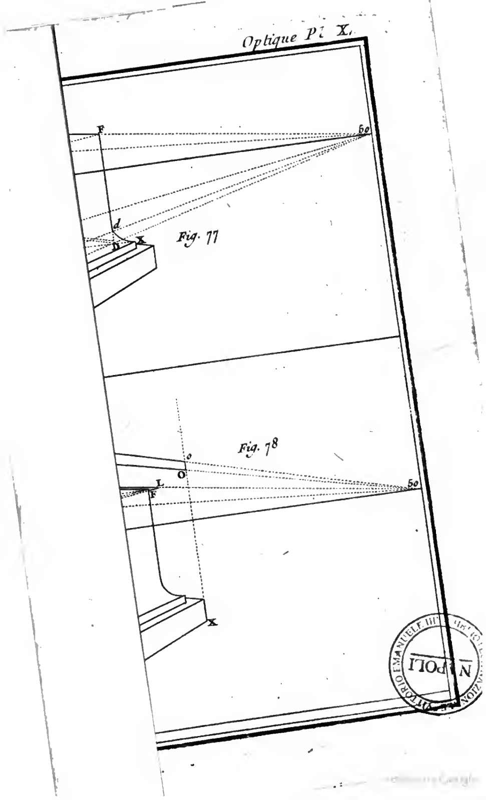
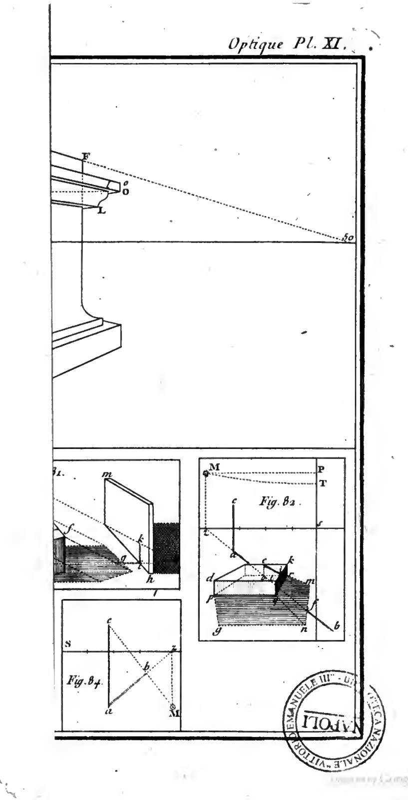
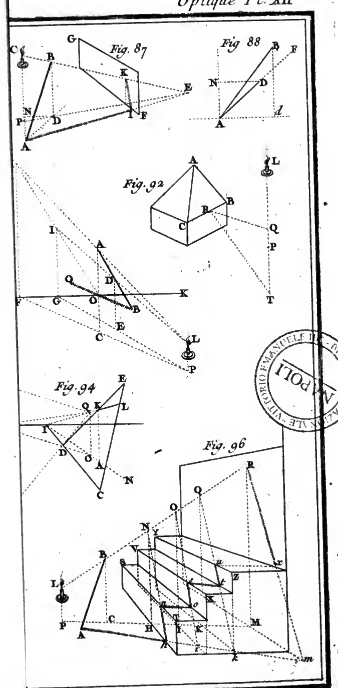


Fig. 75.

Fig. 76.


F
50
d
D
X
Fig. 77
Fig. 78
o
O
L
F
50
X


F
o
O
L
50
81.
m
f
k
g
t
h
M
P
T
c
Fig. 82.
s
z
a
e
k
d
m
p
f
g
n
b
c
S
z
b
Fig. 84.
a
M


Fig. 87
Fig 88
Fig. 92
Fig. 94
Fig. 96

